

**FUNDAÇÃO ESCOLA DE COMÉRCIO ÁLVARES PENTEADO –**

**FECAP**

**MESTRADO PROFISSIONAL EM ADMINISTRAÇÃO**

**CLEMENTE TRINTINALIA**

**ESTUDO SOBRE A OTIMIZAÇÃO DE UMA CARTEIRA DE**

**FUNDOS DE INVESTIMENTOS DESTINADOS AOS**

**REGIMES PRÓPRIOS DE PREVIDÊNCIA**

**SOCIAL – RPPS**

**São Paulo**

**2016**

**CLEMENTE TRINTINALIA**

**ESTUDO SOBRE A OTIMIZAÇÃO DE UMA CARTEIRA DE FUNDOS  
DE INVESTIMENTOS DESTINADOS AOS REGIMES PRÓPRIOS  
DE PREVIDÊNCIA SOCIAL – RPPS**

Dissertação apresentada à Fundação Escola de Comércio Álvares Penteado - FECAP, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Administração.

**Orientador: Prof. Dr. Ricardo Goulart Serra**

**São Paulo**

**2016**

**CLEMENTE TRINTINALIA**

**ESTUDO SOBRE A OTIMIZAÇÃO DE UMA CARTEIRA DE FUNDOS DE  
INVESTIMENTOS DESTINADOS AOS REGIMES PRÓPRIOS  
DE PREVIDÊNCIA SOCIAL – RPPS**

Dissertação apresentada à Fundação Escola de Comércio Álvares Penteado - FECAP, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Administração.

**COMISSÃO JULGADORA**

---

**André Taue Saito**

**Universidade Federal de São Paulo – UNIFESP**

---

**Eduardo Augusto do Rosário Contani**

**Fundação Escola de Comércio Álvares Penteado – FECAP**

---

**Ricardo Goulart Serra**

**Fundação Escola de Comércio Álvares Penteado – FECAP**

**Professor Orientador – Presidente da Banca Examinadora**

**São Paulo, 23 de Fevereiro de 2016**

*A todos aqueles que, ainda por um só momento, comigo  
compartilharam os desafios desta jornada rumo  
desenvolvimento profissional e acadêmico.*

## AGRADECIMENTOS

À Caixa Econômica Federal por ter proporcionado a oportunidade de desenvolvimento acadêmico e profissional ao empregado, disponibilizando incentivo financeiro direto e indireto para a realização deste Mestrado.

Ao meu orientador Prof. Dr. Ricardo Goulart Serra por sua disponibilidade, capacidade e competência como educador e pesquisador, traduzidas em observações e ações corretivas imprescindíveis ao desenvolvimento e à conclusão deste trabalho.

Aos membros da Comissão Julgadora, Prof. Dr. André Taue Saito e Prof. Dr. Eduardo Augusto do Rosário Contani, pela disposição em participar deste estudo com observações relevantes e sugestões de melhoria sempre valiosas.

Aos docentes da Fundação Escola de Comercio Álvares Penteado – FECAP pela qualidade e desenvoltura no desenvolvimento dos conteúdos, que visando à construção dos objetivos educacionais, possibilitaram uma experiência gratificante e transformadora.

Aos colegas da Caixa Econômica Federal lotados na Auditoria Regional São Paulo/SP, em especial, aos auditores Ana Fátima de Brito e José Valquimar de Carvalho que não pouparam esforços para auxiliar em meu desenvolvimento acadêmico.

Aos colegas da Caixa Econômica Federal lotados na Vice Presidência de Ativos de Terceiros, que estiveram disponíveis e solícitos à coleta de informações sobre o objeto do estudo, particularmente, Camilo de Lellis Cavalcanti Júnior, Elizangela Candotti, Mário Erbolato Neto e Sergio Henrique Oliveira Bini.

Ao meu filho Gabriel, pela paciência, generosidade e empenho imensuráveis dedicados no tratamento e processamento dos dados coletados à consecução deste estudo.

Aos meus pais, Albano e Sebastiana, (*in memoriam*), por me ensinarem a perseverar sempre e nunca desistir dos meus objetivos.

## RESUMO

O presente estudo buscou identificar qual o fundo ou conjunto de fundos de investimento da Caixa Econômica Federal, na qualidade de administrador, oferece a melhor relação risco e retorno para alocação dos recursos dos Regimes Próprios de Previdência Social (RPPS) conforme a legislação aplicável. A pesquisa possui natureza aplicada, pode ser considerada descritiva perante os objetivos e importou em abordagem quantitativa pela utilização de procedimentos estatísticos para obtenção dos resultados. O estudo utilizou fundamentalmente o modelo de média variância desenvolvido por Markowitz (1952) e foi complementado pelos pressupostos de Tobin (1952) e Sharpe (1966) a fim de construir uma fronteira eficiente e otimizar uma carteira formada por 24 fundos de investimento no período de 01 de Julho de 2013 a 30 de Junho de 2015. A pesquisa aplicou ferramental apropriado para a seleção de fundos de investimentos, possíveis alvos de aplicações dos RPPS, analisou os efeitos das restrições legais na rentabilidade de uma potencial carteira de investimento com os fundos da amostra e complementou o estudo da relação de risco e retorno por meio da hierarquização dos fundos com uso do Índice de Sharpe. A otimização da relação risco e retorno constitui um problema clássico de interesse aplicado à Moderna Teoria das Carteiras, e assim, pretende-se com a informação produzida contribuir para a manutenção da liderança do administrador nesse segmento de mercado da indústria de fundos e a partir da disseminação das análises realizadas no estudo, promover uma gestão mais qualificada e efetiva dos recursos financeiros dos RPPS. Os resultados demonstraram carteiras ótimas compostas massivamente por fundos de renda fixa e uma participação ínfima dos fundos de ações, embora as restrições legais permitam uma alocação superior ao verificado para renda variável. O estudo demonstrou que as restrições legais impostas aos investimentos dos RPPS não são favoráveis à otimização de uma carteira com a melhor relação de risco e retorno, utilizando o modelo de média variância de Markowitz. Constatou-se, também, que as carteiras ótimas obtidas não alcançaram a meta atuarial dos RPPS, a qual somente seria atingida com o uso de um conjunto de fundos com pior relação risco e retorno perante tais carteiras ótimas.

**Palavras Chave:** Fundos de investimento. Regimes Próprios de Previdência Social. Otimização de Carteiras.

## ABSTRACT

This study sought to identify which investment fund or set of investment funds managed by “Caixa Econômica Federal” Bank offers the best risk and return, for investment of institutional investors called "Regimes Próprios de Previdência Social" (RPPS) according the legal rules. The methodology is applied, and it can be regarded as descriptive and the quantitative by using statistical tools. The study mainly used the mean variance model developed by Markowitz (1952) , complemented by assumptions of Tobin (1952) and Sharpe (1966), in order to build an efficient frontier and optimize a portfolio of 24 investment funds in the period July 1, 2013 the 30 June 2015. The research included the application of appropriate tools for the selection of investment funds as possible targets applications of RPPS, examined the effects of legal restrictions on the income of a potential investment portfolio with the sample funds and complemented the study of risk ratio and return through the hierarchy of the funds using the Sharpe Ratio. The optimization of the risk and of the return is a classic problem applied to the Modern Portfolio Theory, and the information produced can contribute to the administrator's leadership maintenance of this segment of industry of investment funds, and promote a skilled and effective best management of financial resources of RPPS by dissemination of the analysis of the problem. The results demonstrated that the "optimal portfolios", obtained from alternatives adopted in sample processing, are mostly composed by fixed income funds compared with minuscule share of stock funds, although legal restrictions allow to invest in a much higher level to that seen to the segment of funds. The study showed that the legal restrictions imposed on RPPS investments are not favorable to the optimization of a portfolio that should have the best ratio of risk and return, according to the assumptions of the model Markowitz. It was also found that the optimal portfolios does not fully reach the actuarial target of RPPS, which would be possible achieve with the use of a set investment funds which demonstrated a worst relationship of risk and return compared those obtained with the optimal portfolios.

**Key words:** Investment funds. Regimes Próprios de Previdência Social. Portfolio optimization.

## LISTAS DE FIGURAS

<b>FIGURA 1 – Modelo de média-variância riscos e retorno .....</b>	<b>27</b>
<b>FIGURA 2 – Região factível e fronteira eficiente .....</b>	<b>31</b>
<b>FIGURA 3 – Linha de mercado de capitais .....</b>	<b>32</b>

## LISTA DE GRÁFICOS

<b>GRÁFICO 1 – Participação em PL no mercado de fundos para RPPS .....</b>	<b>16</b>
<b>GRÁFICO 2 – Fronteiras eficiente e geral com 23 fundos .....</b>	<b>59</b>
<b>GRÁFICO 3 – Fronteiras eficiente e geral com 24 fundos .....</b>	<b>62</b>
<b>GRAFICO 4 – Carteiras ótimas “com” e “sem” aplicação dos limites por classes e por fundos com 24 fundos .....</b>	<b>64</b>

## LISTA DE QUADROS

<b>QUADRO 1 – Aplicação por segmento/categoria de ativos .....</b>	<b>20</b>
<b>QUADRO 2 – Riscos associados a fundos de renda fixa e de ações .....</b>	<b>25</b>
<b>QUADRO 3 – Modelo de matriz de covariância .....</b>	<b>48</b>

## LISTAS DE TABELAS

TABELA 1 – Amostra de fundos para aplicação dos RPPS .....	52
TABELA 2 – Fundos Caixa, segmentos, classes, risco e retorno .....	54
TABELA 3 – Limites restritivos por classe e por fundo .....	56
TABELA 4 – Interações para fronteira eficiente com 23 fundos .....	57
TABELA 5 – Carteiras de mínima variância e ótima conforme Res 3922/10 ....	58
TABELA 6 – Composição da carteira de mínima variância conf. Res 3922/10...	59
TABELA 7 – Composição da carteira ótima conf. Res 3922/10 .....	60
TABELA 8 – Carteiras de mínima variância e ótima com 24 fundos .....	61
TABELA 9 – Composição das carteiras ótimas para 23 e 24 fundos c/ aplicação dos limites cumulativos por classe e por fundo.....	63
TABELA 10 – Carteiras ótimas “com” e “sem” aplicação dos limites por classes e por fundo .....	64
TABELA 11 – Composição das carteiras ótimas para 23 e 24 fundos s/ aplicação dos limites por classe e por fundo .....	65
TABELA 12 – Índices de Sharpe dos fundos individuais e das carteiras ótimas e de mínima variância com 23 e 24 fundos .....	67
TABELA 13 – Atingimento da meta atuarial Julho/13 a Junho/15 .....	69
TABELA 14 – Atingimento da meta atuarial entre Jul/15 e Dez/15 .....	70
TABELA 15 – Carteira ótima c/ 24 fundos x carteira 100% da meta atuarial.....	71
TABELA 16 – Composição da carteira com 100% da meta atuarial .....	71

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

Anbima – Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiros e de Capitais

APT – *Arbitrage Pricing Theory*

BDR – *Brazilian Depositary Receipt*

CAIXA – Caixa Econômica Federal

Caixa – Caixa Econômica Federal

CAPM – *Capital Asset Pricing Model*

CMN – Conselho Monetário Nacional

CVM – Comissão de Valores Mobiliários

CDI – Certificado de Depósito Interbancário

DEA – *Data Envelopment Analysis*

DI – Depósito Interbancário

ETF – *Exchange Traded Fund*

FI – Fundo de Investimento

FIC – Fundo de Investimento em Cotas

Ibovespa – Índice Bovespa

IBRX – Índice Brasil 50, 100 ou Amplo

IPCA – Índice de Preços ao Consumidor Amplo

INPC – Índice Nacional de Preços Ao Consumidor

IMA – Índice de Mercado Anbima

IDKA – Índice de Duração Constante Anbima

IRF-M – Índice de Renda Fixa de Mercado Anbima

IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

IS – Índice de Sharpe

ISOR – Índice de Sortino

IT – Índice de Treynor

PGBL – Plano Gerador de Benefício Livre

Res. CMN 3922/10 – Resolução do Conselho Monetário Nacional 3922/10

Res. 3922/10 – Resolução do Conselho Monetário Nacional 3922/10

RPPS – Regimes Próprios de Previdência Social

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>12</b>
1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO.....	12
1.2 PROBLEMA DE PESQUISA.....	14
1.3 OBJETIVOS.....	14
1.4 JUSTIFICATIVA.....	14
1.5 CONTRIBUIÇÕES.....	16
1.6 ESTRUTURA DO TRABALHO.....	17
<b>2 REFERENCIAL TEÓRICO</b> .....	<b>18</b>
2.1 ALOCAÇÃO DE RECURSOS DOS RPPS.....	18
2.1.1 LIMITES PARA APLICAÇÃO DOS RECURSOS DOS RPPS.....	18
2.1.2 ALOCAÇÕES DOS RPPS “VIS A VIS” A REGULAMENTAÇÃO.....	21
2.1.3 A GESTÃO DO RISCO NAS ALOCAÇÕES DOS RECURSOS DOS RPPS.....	22
2.2 A MODERNA TEORIA DAS CARTEIRAS.....	26
2.2.1 RETORNO E RISCO DE UM ATIVO.....	27
2.2.2 RETORNO E RISCO DE UMA CARTEIRA COM DIVERSOS ATIVOS.....	28
2.2.3 A MODERNA TEORIA DE CARTEIRAS E A OTIMIZAÇÃO DE ATIVOS.....	30
2.3 DESEMPENHO DE CARTEIRAS DE INVESTIMENTOS NO BRASIL.....	33
2.3.1 SEGMENTO DE RENDA FIXA.....	33
2.3.2 SEGMENTO DE RENDA VARIÁVEL.....	35
2.4 INDICADORES DE DESEMPENHO EM FUNDOS DE INVESTIMENTOS...	38
2.4.1 ÍNDICE DE SHARPE.....	38
2.4.2 ÍNDICE DE TREYNOR.....	40
2.4.3 ÍNDICE DE SORTINO.....	41
<b>3 METODOLOGIA</b> .....	<b>43</b>
3.1 ENQUADRAMENTO TEÓRICO.....	43
3.2 DELIMITAÇÃO, POPULAÇÃO E AMOSTRA.....	44
3.2.1 POPULAÇÃO E AMOSTRA.....	44
3.2.2 PROCEDIMENTOS UTILIZADOS.....	46
<b>4 ANÁLISE DOS DADOS</b> .....	<b>51</b>
4.1 CARACTERÍSTICAS DA AMOSTRA .....	51
4.2 A FRONTEIRA EFICIENTE E CARTEIRA ÓTIMA COM OS FUNDOS CAIXA ...	54
4.2.1 DEFINIÇÃO DAS RESTRIÇÕES PARA APLICAÇÃO DO MODELO NO SOLVER .....	54

4.2.2 CONSTRUÇÃO DAS FRONTEIRAS EFICIENTES COM OS FUNDOS DA AMOSTRA .....	56
4.2.3 ANÁLISE DA CARTEIRA COMPOSTA POR 23 FUNDOS .....	57
4.2.4 ANÁLISE DA CARTEIRA COMPOSTA POR 24 FUNDOS .....	61
4.2.5 EFEITOS DA APLICAÇÃO DOS LIMITES POR CLASSES E POR FUNDOS .....	63
4.3 ÍNDICES DE SHARPE DOS FUNDOS DA AMOSTRA .....	66
4.4 RETORNOS OBTIDOS EM RELAÇÃO À META ATUARIAL .....	68
<b>5 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>72</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>75</b>
<b>APÊNDICE A .....</b>	<b>79</b>
<b>APÊNDICE B .....</b>	<b>81</b>
<b>APÊNDICE C .....</b>	<b>83</b>

## 1 INTRODUÇÃO

### 1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

De história que pode ser considerada recente, comparativamente à origem que remonta ao século XIX no mercado europeu, o Brasil teve o primeiro registro de constituição de um fundo de investimento em 1957 e, no último quinquênio, segundo os dados divulgados pela Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais (Anbima), o patrimônio líquido passou de R\$ 1,3 trilhões em 2009 para aproximadamente R\$ 2,7 trilhões em Dezembro de 2014 (ANBIMA, 2015).

A quantidade de fundos disponíveis aos investidores também demonstrou um crescimento efetivo no período considerado passando de 4.664 fundos em 2009 para mais de 14 mil fundos, apresentando carteiras de investimento que cada vez mais implicam soluções que comportam ativos de renda fixa, renda variável, índices referenciados, instrumentos derivativos, de multimercados, de curto e longo prazo, imobiliários e direitos creditórios, entre outros.

Desenvolvendo e mantendo produtos, desde aqueles estruturados de forma simples e tradicional a aqueles arquitetados de maneira complexa e sofisticada, os quais visam atender às mais diversas necessidades dos agentes econômicos doadores de recursos ao mercado financeiro nacional, a indústria de fundos disponibiliza atualmente um portfólio em que estão conjugadas soluções padronizadas e/ou soluções customizadas para cada tipo de investidor, fato que tem determinado a administração e a gestão de valores cada vez mais expressivos.

Sob o aspecto mercadológico, o leque de produtos de fundos de investimento oferecidos procura atrair e conquistar tanto os pequenos investidores, representados pelas pessoas físicas ou empresas de pequeno porte e representantes do setor de varejo, quanto os grandes investidores corporativos e/ou institucionais.

Tais segmentos podem apresentar-se bastante heterogêneos quantos aos seus perfis de investimento, quando consideradas a decisão e a finalidade do investimento em um fundo, e ainda, à percepção de risco em relação ao ganho efetivamente obtido com a aplicação do recurso.

“Os benefícios da aplicação em fundos são evidenciados principalmente no caso dos pequenos investidores, os quais têm acesso a menores custos e à administração profissional de seus recursos.” (CASACCIA et al., 2011, p. 2).

As aplicações em fundos de investimento podem ser sustentadas pelos possíveis benefícios gerados pela redução de custos de acesso aos ativos e administração profissional dos recursos em detrimento da aplicação individualizada e direta. “Os fundos de investimento possibilitam utilizar a *expertise* de gestores com maior conhecimento, experiência e dedicação relativamente aos poupadores que investem diretamente seus recursos, permitindo, assim, que se explorem economias de escala e especialização” (FILGUEIRA, 2014, p. 9).

Adiciona-se a essa colocação a característica inerente de que os fundos realizam uma diversificação eficiente da carteira de investimentos por meio da composição de ativos distintos, a qual visa proporcionar uma redução dos riscos do investidor (CASACCIA et al., 2011).

À vista de tais considerações, há que se esperar que os gestores de fundos de investimentos financeiros sejam, inexoravelmente, avaliados pelos investidores por maximizar a rentabilidade e, concomitantemente, minimizar os riscos associados aos ativos que podem integrar a carteira de um fundo.

Conforme asseverado por Bertucci, Souza e Félix (2004, p. 2) “nos fundos de previdência pública, como nos fundos de pensão privados, o binômio risco e retorno norteia as ações e preocupações dos gestores, principalmente as que envolvem as decisões sobre formação dos portfólios de investimento”.

Sob a óptica dos investidores, sejam fundos de previdência ou de pensão na forma como foram particularmente nominados no parágrafo anterior, tal avaliação de caráter contínuo não excepciona os gestores dos fundos de investimentos administrados por instituições financeiras destinatários da aplicação de recursos dos Regimes Próprios de Previdência Social (RPPS), assim denominados os institutos de previdência criados por Lei para gerir as aposentadorias dos funcionários públicos da União, dos Estados e dos Municípios.

A finalidade precípua das aplicações dos recursos dos RPPS, originados a partir das contribuições patronais e dos servidores é auferir a meta atuarial definida no estatuto de constituição e mitigar os possíveis riscos associados aos retornos das alocações, com vistas em assegurar a perenidade de um instituto de previdência em

termos de sustentabilidade, a qual consiga garantir minimamente o custeio dos benefícios previdenciários futuros aos participantes.

## 1.2 PROBLEMA DE PESQUISA

Em aderência aos elementos contextuais tratados no item anterior, este estudo propõe-se a solucionar o seguinte problema de pesquisa: Qual o fundo ou conjunto de fundos, dentre os administrados pela Caixa Econômica Federal (Caixa), oferece a melhor relação risco e retorno, para alocação dos recursos dos Regimes Próprios de Previdência Social?

## 1.3 OBJETIVOS

Os objetivos definidos para este trabalho são:

1. Aplicar ferramental para seleção dos fundos de investimentos, visando identificar uma carteira com a melhor relação de risco e retorno, com a qual seja possível executar simulações e opinar sobre as otimizações realizadas.
2. Analisar os efeitos das restrições legais na rentabilidade de potencial carteira de investimentos à aplicação dos recursos dos RPPS nos fundos objeto do estudo.
3. Complementar o estudo da relação risco e retorno por meio da ordenação dos fundos administrados pela Caixa com a utilização de “índices de desempenho” aplicados aos fundos objeto do estudo, por meio do Índice de Sharpe.

## 1.4 JUSTIFICATIVA

Alinhando-se ao objetivo proposto de identificar em termos de risco e retorno o fundo, ou, a melhor composição de uma carteira de fundos de investimentos destinada a Regimes Próprios de Previdência Social, o estudo adquire um padrão quantitativo, baseia-se em séries históricas, possui natureza aplicada e determinística

e a fundamentação teórica está alicerçada na aplicação precípua do Modelo de Otimização de Ativos de Markowitz (1952).

A otimização da relação risco e retorno de um investimento na forma proposta constitui um problema clássico de interesse aplicado à Moderna Teoria das Carteiras, credenciando-se, assim, ao estudo em Mestrado Profissional em Administração com ênfase em finanças.

Por outro lado, ao se observar o panorama econômico brasileiro, vem se tornando notória a relevância que as entidades previdenciárias dedicadas ao servidores públicos, aqui tratadas como RPPS, possuem para fazer frente ao cumprimento dos objetivos previdenciários, destacando-se, também, pelo vigoroso papel de agente econômico desempenhado no sistema financeiro nacional, no qual tem injetado e mantido um expressivo volume de recursos aplicados em fundos de investimento de instituições financeiras.

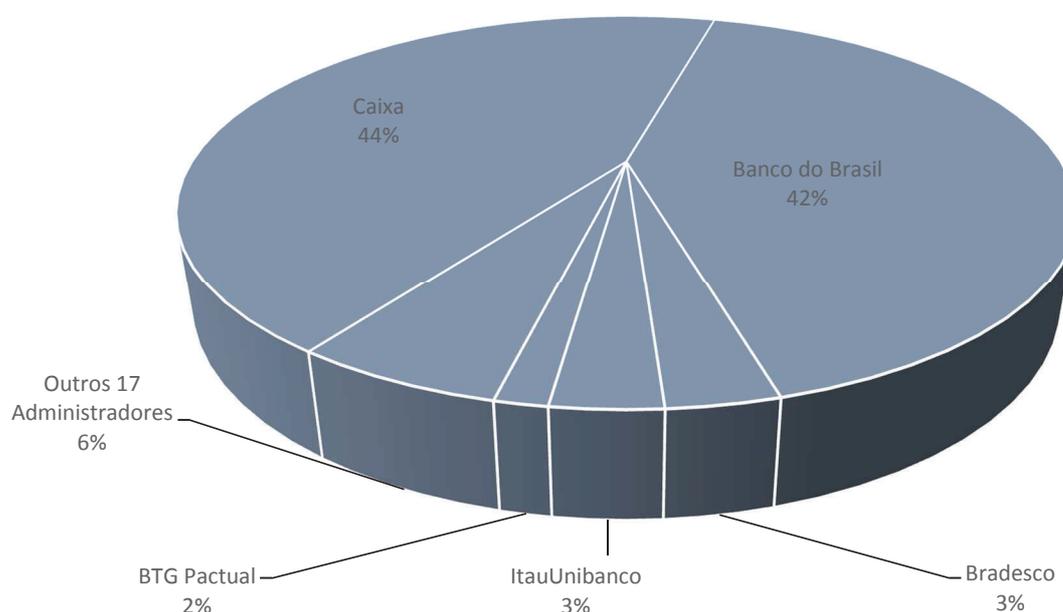
Corroborando esse entendimento, de acordo com dados do Ministério da Previdência Social, o Brasil possuía em 2013 pouco mais de 2000 RPPS em atividade consolidado entre os entes federais, estaduais e municipais, cujos recursos aplicados mantêm-se regulamentados pela Resolução 3.922/2010 do Conselho Monetário Nacional (CMN).

Em 2011 o montante dos investimentos importava em R\$ 114,34 bilhões, atingindo no fim de 2013 um total de R\$ 174,9 bilhões, o que representa um crescimento de 53% no biênio, decorrente de resultados operacionais positivos. (BRASIL, 2013).

O patrimônio líquido administrado por fundos de investimento de instituições financeiras destinados às aplicações pelos RPPS girava em torno de R\$ 120 bilhões, segundo posição de 31/07/2015.

Segundo dados coletados no sítio da Anbima, *ranking* dos administradores, a Caixa tem crescido em participação e número de produtos para RPPS, alternando-se na liderança de mercado com aproximadamente 44 % de participação em patrimônio Líquido (PL) àquela data, nesse nicho da indústria de fundos, conforme demonstrado no Gráfico 1

## GRÁFICO 1 – PARTICIPAÇÃO EM PL NO MERCADO DE FUNDOS PARA RPPS - JULHO 2015



Fonte: Adaptado de Anbima (2015)

Dentre as razões que podem explicar a posição ocupada, destacam-se a capilaridade da rede de pontos de venda da Caixa, bem como os esforços de relacionamento institucional mantidos com o poder público e os gestores dos RPPS.

Todavia, a despeito da conjugação de tais esforços despendidos pela instituição financeira, o desenvolvimento deste estudo está embasado na crença de que a liderança nesse segmento de mercado somente será sustentada no longo prazo com a disponibilidade da melhor solução de risco e retorno voltada à persecução do cumprimento da meta atuarial pelos RPPS.

### 1.5 CONTRIBUIÇÕES

Na dimensão institucional, a contribuição deste trabalho estará lastreada nas informações produzidas decorrentes da análise da carteira de fundos de investimentos objeto do estudo, concernente à validação de instrumental teórico-prático que ofereça um portfólio eficiente aos RPPS.

Tais informações poderão subsidiar os gestores dos fundos de investimentos na negociação e manutenção dos recursos aplicados por RPPS por meio de um

ferramental para seleção dos fundos visando construir uma potencial carteira com retorno e risco otimizados.

Espera-se que os resultados obtidos possam contribuir com a manutenção da atual condição de liderança alcançada nesse segmento de mercado da indústria de fundos, e que o aprendizado obtido com o estudo da média variância seja disseminado e assimilado pelos gestores institucionais dos RPPS, servindo assim, para a prática de uma gestão melhor qualificada e efetiva, quando da seleção dos portfólios para as alocações dos recursos financeiros que mantém sob responsabilidade.

## 1.6 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho compõe-se de cinco capítulos, assim estruturados:

O capítulo 1 contempla a Introdução e apresenta o problema de pesquisa, os objetivos, a justificativa, a contribuição e a estrutura do trabalho.

No capítulo 2 é apresentado o Referencial Teórico, em que são discorridos aspectos relacionados à otimização de carteiras associados à Moderna Teoria das Carteiras. Também aborda a conceituação e classificação dos fundos de investimentos, alvos de potenciais aplicações dos RPPS em consonância com a regulamentação vigente, e apresenta os principais índices de desempenho aplicados a fundos de investimento como Sharpe e Treynor.

O capítulo 3 detalha os aspectos metodológicos, obtenção dos dados, a população e amostra, a abrangência de pesquisa, os parâmetros e a delimitação da pesquisa.

O detalhamento da análise e o tratamento estatístico direcionado às bases de dados são apresentados sob a forma de Resultados no capítulo 4.

As conclusões, com as respectivas contribuições e limitações verificadas, são apresentadas no capítulo 5.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

O presente capítulo consolida o referencial teórico utilizado para o desenvolvimento do estudo. São contempladas as diversas abordagens relacionadas aos pressupostos da otimização de uma carteira de investimento. O exercício de revisão literária conjugou dentre as publicações existentes, artigos publicados em periódicos, normas reguladoras e livros didáticos com o escopo de desenvolver análises representativas e aderentes à proposição temática.

### 2.1 ALOCAÇÃO DE RECURSOS DOS RPPS

O custeio dos benefícios futuros dos servidores públicos participantes do plano previdenciário de um RPPS só estará assegurado com a sustentabilidade do sistema de forma perene, em que se consiga auferir minimamente a meta atuarial (FERREIRA et al., 2010).

A meta atuarial normalmente a ser perseguida é expressa em índices atrelados aos juros de 6% reais ao ano, mormente, IPCA + 6% a.a. ou INPC. + 6% a.a., compatíveis com o perfil das obrigações assumidas pelo plano (RPPS), considerando, a necessidade de busca e manutenção do equilíbrio financeiro e atuarial.

#### 2.1.1 LIMITES PARA APLICAÇÃO DOS RECURSOS DOS RPPS

Há dois regimes previdenciários tratados na literatura que são o de repartição e o de capitalização. Baima (1998) define regime de capitalização como um sistema:

Em que se arrecadam dotações técnicas, contribuições regulares permanentes, contribuições extraordinárias temporárias e outras eventuais receitas programadas ao longo da existência do plano de benefícios, de modo que, ao final de cada ano, esteja constituído o capital de cobertura das aposentadorias que deverão ser concedidas a partir de cada um desses anos sucessivos, com pagamentos vitalícios, contando-se inclusive com as rendas auferidas com os investimentos realizados com os capitais que se vão acumulando. (BAIMA, 1998, p. 24).

As aplicações de recursos, quando constituído legalmente o RPPS, submeteram-se cronologicamente às Resoluções do Conselho Monetário (Res) 2.652/99, 3.244/04 e 3506/07, todas revogadas. Hoje, essas aplicações são disciplinadas pelo Conselho Monetário Nacional (CMN) por meio da Resolução (Res)

3922/10, com os efeitos produzidos pelas alterações introduzidas pela Resolução (Res) 4.392 de 19 de dezembro de 2014.

A norma vigente estabelece que, para fins de aplicação, os recursos devem ser alocados nos segmentos de renda fixa, renda variável e imóveis. O texto estipula os limites de aplicação para renda fixa e variável e, determina que os limites de investimentos em imóveis não devam ser considerados para cômputo das disponibilidades dos RPPS (BRASIL, 2010).

Os limites de aplicação por segmento/categoria de ativos de renda fixa e variável estão sumarizados no Quadro 1, o qual foi elaborado considerando somente as definições contidas nos artigos 7º, 8º e 13º da Res. 3922/10, aos quais se subordinam as aplicações do RPPS, sob os aspectos de limites cumulativos por classe de ativos/fundos e limite de alocação por fundo de investimento.

### QUADRO 1 - APLICAÇÃO POR SEGMENTO/CATEGORIA DE ATIVOS

SEGMENTO	CATEGORIA DE ATIVOS	LIMITE CUMULATIVO
RENDA FIXA	Aplicações em Títulos Públicos Federais e/ou Cotas de fundos de investimento em Títulos Públicos Federais, constituídos sob a forma de condomínio aberto, que assume o compromisso de buscar o retorno de um dos subíndices do Índice de Mercado Anbima (IMA) ou do Índice de Duração Constante Anbima (IDkA), com exceção de qualquer sub índice atrelado à taxa de juros de um dia.	Até 100% dos recursos em moeda corrente do RPPS, Art. 7º, Inciso I, "b"
	Aplicações em Cotas de fundos de investimento ou em fundo de investimento em cotas de fundos de investimento classificados como renda fixa ou como referenciados em indicadores de desempenho de renda fixa, constituídos sob a forma de condomínio aberto e cuja política de investimento assume o compromisso de buscar o retorno de um dos subíndices do Índice de Mercado Anbima (IMA) ou do Índice de Duração Constante Anbima (IDkA), com exceção de qualquer subíndice atrelado à taxa de juros de um dia.	Até 80% dos recursos em moeda corrente do RPPS, Art. 7º, Inciso III, limitado a 20% de aplicação por fundo conforme Art. 13.
	Aplicações em cotas de fundos de investimento classificados como renda fixa ou como referenciados em indicadores de desempenho de renda fixa, constituídos sob a forma de condomínio aberto.	Até 30% dos recursos em moeda corrente do RPPS, Art. 7º, Inciso IV, "a", limitado a 20% de aplicação por fundo conforme Art. 13.
	Depósito em POUPANÇA (instituições com baixo risco de crédito) E/OU Letras Imobiliárias Garantidas.	Até 20% dos recursos em moeda corrente do RPPS, Art. 7º, Inciso V, "a" e "b"
	Operações compromissadas exclusivamente lastreadas por títulos públicos federais, ou, Cotas de fundos de investimento em direitos creditórios, constituídos sob a forma de condomínio aberto;	Até 15% dos recursos em moeda corrente do RPPS, Art. 7º, Inciso II e VI
	Aplicações em cotas de fundos de investimento em direitos creditórios, constituídos sob a forma de condomínio fechado, ou, cotas de fundos de investimento classificados como renda fixa ou como referenciados em indicadores de desempenho de renda fixa que contenham em sua denominação a expressão "crédito privado".	Até 5% dos recursos em moeda corrente do RPPS - Art. 7º, Inciso VII, "a" e "b"
RENDA VARIÁVEL	Cotas de fundos de investimento constituídos sob a forma de condomínio aberto e classificados como referenciados que identifiquem em sua denominação e em sua política de investimento indicador de desempenho vinculado ao Ibovespa, IBrX ou IBrX-50;	Até 30% dos recursos em moeda corrente do RPPS, Art. 8º, Inciso I, limitado a 20% de aplicação por fundo conforme Art. 13.
	Cotas de fundos de índices referenciados em ações, negociadas em bolsa de valores, admitindo-se exclusivamente os índices Ibovespa, IBrX e IBrX-50;	Até 20% dos recursos em moeda corrente do RPPS, Art. 8º, Inciso II
	Cotas de fundos de investimento em ações, constituídos sob a forma de condomínio aberto, cujos regulamentos determinem que as cotas de fundos de índices referenciados em ações que compõem suas carteiras estejam no âmbito dos índices Ibovespa, IBrX ou IBrX-50;	Até 15% dos recursos em moeda corrente do RPPS, Art. 8º, Inciso III
	Aplicações em Cotas de Fundos de Investimento Multimercado <u>OU</u> Cotas de Fundos Imobiliários <u>OU</u> Cotas de Fundos de Participações.	Até 5% dos recursos em moeda corrente do RPPS, Art.8º. Incisos IV, V, VI

(\*) As aplicações de um RPPS em um fundo não podem exceder a 25% do Patrimônio Líquido desse Fundo

Fonte: Adaptado de Brasil (2010; 2014)

## 2.1.2 ALOCAÇÕES DOS RPPS “VIS A VIS” A REGULAMENTAÇÃO

Em pouco mais de quinze anos da existência de regulamentação, alguns trabalhos dedicaram-se ao estudo de possíveis efeitos restritivos nos desempenho dos RPPS, frente às disposições regulamentares a que estiveram submetidos.

Representando em estudo pioneiro, Bertucci, Souza e Félix (2004) propuseram-se a analisar o efeito da regulamentação vigente na construção de portfólios de ativos.

Por meio da aplicação da técnica da fronteira eficiente de Markowitz (1952), os autores restringiram-se a considerar três padrões de ativos: uma carteira livre de restrições, uma carteira de um regime próprio de previdência pública, submetido à Resolução 2.652/99, e, uma carteira de uma entidade fechada de previdência complementar submetida à Resolução 3.121/03.

Diante dos resultados demonstrados, esse estudo sugeriu uma relativa limitação na eficiência da gestão para o RPPS examinado em decorrência da legislação que embasou o estudo, quando cotejada à regulamentação existente direcionada aos fundos privados e com carteiras livres, nas quais os gestores não estiveram sujeitos às restrições legais para efeito de aplicação de seus recursos.

Estendendo os objetivos do trabalho sumarizado no parágrafo anterior, na vigência da Resolução n. 3.506/07, Ferreira et al. (2010) dispuseram-se a analisar criticamente a gestão dos recursos financeiros dos RPPS, a qual examinasse, sob a óptica do binômio risco/retorno, a otimização das aplicações. Alicerçados nos pressupostos de Markowitz (1952), o escopo do estudo buscou avaliar se a alocação das aplicações financeiras dos RPPS minimiza riscos e maximiza retornos de maneira eficiente.

A partir da utilização de dados de retornos históricos de títulos, valores mobiliários e de uma ferramenta estatística, foi possível, metodologicamente, a construção de uma curva de fronteira eficiente e uma curva de piso de rentabilidade para três RPPS estaduais.

Quanto ao resultado, constatou-se que os RPPS, submetidos à avaliação, não demonstraram realizar alocações otimizadas, ainda que consideradas satisfatórias em relação à consecução da meta atuarial daqueles planos previdenciários que aderiram ao regime de capitalização.

A análise e avaliação dos possíveis efeitos causados pelas limitações e restrições impostas na regulamentação vigente no desempenho das aplicações de recursos dos RPPS não foi identificado na literatura empírica brasileira.

### 2.1.3 A GESTÃO DO RISCO NAS ALOCAÇÕES DOS RECURSOS DOS RPPS

Sob o aspecto do gerenciamento dos riscos do portfólio dos RPPS, à exceção do risco de crédito atrelado à característica dos ativos que compõe a carteira dos fundos, a norma não explicita quais aspectos relativos ao risco de mercado, de liquidez, ou operacionais (pela não execução da ordem) devem prescindir na seleção dos gestores e dos ativos dos fundos a serem aplicados recursos.

A existência de diversos riscos inerentes aos investimentos financeiros dos RPPS torna imperativa a adoção de instrumentos de gestão de risco eficazes a fim de que os RPPS possam atender aos objetivos de sua constituição em que estão inseridas a assunção de compromissos previdenciários, enquanto superação de passivos atuariais e, sobretudo, não comprometer o direito de aquisição das aposentadorias aos seus participantes (BOGONI; FERNANDES, 2011).

Ao discutir o gerenciamento de risco de fundos de pensão no Brasil, Bertucci, Souza e Felix (2006) concluíram que a alocação estratégica ou de longo prazo, diante da persistência das altas taxas de juros reais, tem se limitado à aplicação dos recursos de forma mais aderente à meta atuarial, em detrimento da persecução dos melhores retornos em aplicações de maior risco.

Adicionalmente, esse mesmo estudo ratificou o paradigma de que enquanto se perpetuar um indexador inflacionário nas metas dos fundos previdenciários, a gestão dos investimentos estará fadada a alinhar-se aos movimentos inflacionários, em cenários de juros reais baixos ou altos.

A distinção a ser observada é que, em um cenário de juros crescentes da economia, a alocação estratégica de um RPPS deva restringir-se à necessidade de atingimento da meta, importando em aplicar os recursos suficientemente em ativos renda fixa.

Nas ponderações de Securato, Abe e Ziroulo (2000), geralmente fundos de renda fixa sofrem uma forte influência da taxa de juros básica da economia, pois possuem em suas carteiras títulos do governo que acabam por definir as taxas desses

fundos, ou outros títulos de crédito, cuja taxa é definida a partir da taxa básica.

Todavia, argumentam Bertucci, Souza e Felix (2006) que em um cenário de redução significativa das taxas reais de juros, o gestor obrigará-se a buscar alternativas que contemplem ativos de renda variável para alocação, agregando o risco atuarial aos riscos normalmente conhecidos, devido à aderência ao indexador da meta do fundo previdenciário.

A simples análise dos limites de aplicação por segmento/categoria de ativos de renda fixa e variável na forma definida pela Res 3922/10, anteriormente sumarizados no Quadro 1, permite verificar as diversas possibilidades (combinações) para alocar (aplicar financeiramente) os recursos disponíveis facultadas atualmente aos gestores dos RPPS.

Dentre as opções disponíveis e seus respectivos limites, o gestor de um RPPS pode aplicar a totalidade dos recursos disponíveis em fundos de investimentos em uma única categoria de fundos de renda fixa.

Outra opção disponível importa em diversificar entre os segmentos e tipos disponíveis, desde que enquadrada ao teto de 30% (trinta por cento) em fundos de renda variável, cumulativamente, nas disposições do parágrafo único do artigo 8º da norma reguladora. (BRASIL, 2010).

Uma possível configuração dos ativos em 70% de renda fixa versus 30% de renda variável, quando exercida pelo gestor e formalmente definida na política de investimento de um RPPS, parece sugerir que o legislador buscou agir prudencialmente na proteção do capital investido, ratificando a percepção de um menor risco aos ativos de renda fixa, comparativamente, aos riscos associados em ativos de renda variável.

Porém, outro aspecto a se considerar é que na prática observa-se uma restrição na discricionariedade dos gestores na seleção dos ativos, ajustando a exposição ao risco, quando em cenários de redução das taxas de juros reais, aos limites estabelecidos no texto regulatório.

A preocupação com o risco e a adequação ao perfil dos investidores vêm se acentuando, tanto pelo órgão fiscalizador quanto pela entidade de auto regulação dos administradores e gestores de carteiras, o que determinou de forma evolutiva um aperfeiçoamento da classificação dos fundos de investimentos.

Essa classificação vem adicionar à informação dos tipos de risco de mercado associado ao ativo, os tipos de gestão e os riscos de créditos aos quais os ativos da carteira possam estar expostos.

Uma demonstração de alguns riscos associados aos fundos de investimento, alvo de eventuais aplicações de recursos dos RPPS está no Quadro 2, de forma atualizada com a classificação da CVM e da Anbima, vigentes a partir de 01/10/15.

## QUADRO 2 – RISCOS ASSOCIADOS A FUNDOS DE RENDA FIXA E DE AÇÕES

Nível 1	Nível 2	Nível 3	Fator de Risco Associado ao Ativo
Renda Fixa	Simple	Simple	Taxa de Juros do Mercado Doméstico.
	Indexados	Índices	Oscilações nos Índices de Preços
	Ativos	Soberano	Variações na "Duration" dos Índices de Mercado Anbima usados com referência na gestão ativa.
		Grau de Investimento	
		Crédito Livre	
	Investimento no Exterior	Investimento no Exterior	Títulos de Dívida Externa e taxa de Câmbio
Dívida Externa			
Ações	Indexados	Índices	Variações nos Índices de Referência
	Ativos	Setoriais	Risco atrelado ao preço das ações das Cias. investidas no Setor.
		Dividendos	Resultados das empresas com histórico de pagamentos de dividendos.
		Small Cap	Resultados das empresas que não estão incluídas entre as maiores participações.
		Sustentabilidade/Governança	Resultados das empresas que apresentam bons níveis de governança corporativa e sustentabilidade.
		Índice Ativo	Índice de Referência + Alavancagem.
		Livres	Renda Variável + Alavancagem.
	Investimento no Exterior	Investimento no Exterior	Títulos de Dívida Externa e taxa de Câmbio.
	Específicos	Específicos	Variações nos preços das Ações das empresas investidas pelo fundos.

Fonte: Adaptado de Anbima, 2015

## 2.2 A MODERNA TEORIA DAS CARTEIRAS

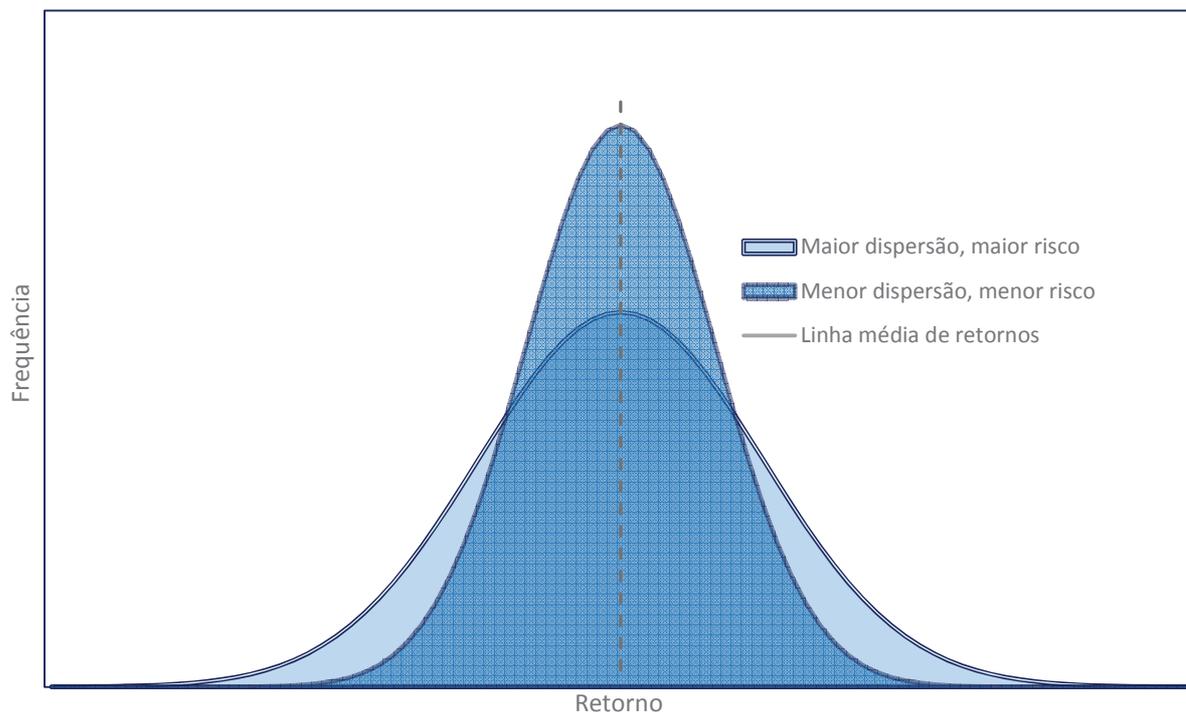
Zanini e Figueiredo (2005) afirmaram que o trabalho de Markowitz (1952) veio estabelecer uma nova ordem ao contrapor-se ao pensamento dominante à época, de que a melhor situação para a alocação de recursos residia na concentração dos investimentos nos ativos que oferecessem os maiores retornos esperados, constituindo-se em um verdadeiro divisor de águas na teoria financeira contemporânea. Em conformidade com o arrazoado pelos autores:

Uma das maiores contribuições dos estudos de Markowitz foi ressaltar a importância da diversificação, conceito contestado por importantes acadêmicos de então, como Keynes. O conceito da diversificação decorre da constatação de que os preços dos ativos financeiros não se movem de modo exatamente conjunto. Ou, dizendo de outra forma, eles têm uma correlação imperfeita. Nesta condição, a variância total de uma carteira é reduzida pelo fato de que a variação no preço individual de um ativo ser compensada por variações complementares nos demais. (ZANINI; FIGUEIREDO, 2005, p. 42).

A partir do advento da Moderna Teoria das Carteiras o risco passou a ser fator relevante nas decisões de investimento ao destacar a importância dos benefícios advindos de uma diversificação de ativos. “A principal adição dos modelos de finanças à avaliação dos fundos vem da incorporação do risco, que se iniciou com o modelo de média-variância de Markowitz” (VARGA, 2001, p. 216).

Referindo-se ao padrão de comportamento esperado dos investidores diante da percepção do risco, Markowitz (1952) considerou o retorno de um investimento como “algo desejável” e a variância do retorno como “algo indesejável”.

A questão da volatilidade (dispersão) do desvio em relação ao retorno médio de um ativo tomando como exemplo dois ativos A e B, pode ser ilustrada na Figura 1.

**FIGURA 1 – MODELO DE MÉDIA-VARIÂNCIA RISCO E RETORNO**

Fonte: Adaptado de Assaf Neto (2014)

### 2.2.1 RETORNO E RISCO DE UM ATIVO

Sumarizado por Rotela, Pamplona e Salomon (2014), o modelo racional proposto por Markowitz (1952) é operacionalizado por técnicas de programação quadrática, cujo objetivo é a otimização de carteiras atentando à determinação da média, a variância e a covariância dos retornos esperados dos ativos que podem compor uma carteira.

O retorno esperado de um ativo corresponde à expectativa de ganho ou de perda que um investidor possui para um determinado período de acordo com Ross, Westerfield e Jaffe (1995).

Em um intervalo de tempo, o retorno esperado de um ativo pode ser calculado pelo quociente obtido entre o resultado da subtração do preço final menos o preço inicial e o valor do preço inicial, de tal forma que o retorno de único ativo pode ser expresso pela Equação 2.1:

$$R = \frac{P_{(n)} - P_{(n-1)}}{P_{(n-1)}} \quad [2.1]$$

Em que:

- R = Retorno do Ativo;  
 $P_{(n)}$  = Preço no final do período; e,  
 $P_{(n-1)}$  = Preço no início do período.

O risco de um ativo pode ser mensurado pelo desvio padrão dos retornos e pode ser calculado a partir da raiz quadrada da variância, aqui compreendida como o valor quadrático esperado do desvio médio dos retornos, de tal forma que o desvio amostral é dado pela Equação 2.2.

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R})^2}{(n-1)}} \quad [2.2]$$

Em que:

- S = desvio padrão amostral  
 $R_i$  = o retorno do ativo em uma data “i”;  
 $\bar{R}$  = o retorno histórico médio; e,  
“n” = quantidade de retornos considerados na abrangência da amostra.

### 2.2.2 RETORNO E RISCO DE UMA CARTEIRA COM DIVERSOS ATIVOS

Ao analisar o risco de uma carteira, torna-se fundamental considerar a premissa de que o risco total dessa carteira não é o resultado do somatório dos riscos ponderados dos ativos que a compõem, tomados individualmente.

Assim, o trabalho de Markowitz produziu evidências de que o risco de um ativo integrante de uma carteira é diferente do risco desse ativo quando mantido fora da

carteira, ou seja, considerado isoladamente, cuja avaliação dependerá de sua contribuição ao risco total da carteira.

A inter-relação do risco com o retorno permite considerá-los indissociáveis na análise de uma carteira de ativos, na qual a diversificação assume papel determinante ao atuar na redução do risco não sistemático de um ativo.

Dessa forma, pode-se atribuir a um ativo dois componentes distintos de riscos: um sistemático, atrelado ao ambiente externo como mercado, e que não pode ser eliminado pelo efeito da diversificação e, outro, o específico e intrínseco à natureza do próprio ativo o qual pode ser reduzido pela diversificação (FLEURIET, 2004).

Markowitz (1952) adotou alguns pressupostos para sustentar seu modelo, posteriormente denominado teoria de média-variância, ao assumir que os investidores deveriam avaliar as carteiras exclusivamente embasados pelo retorno esperado e pela variância dos retornos no intervalo de tempo de um período.

Aceitou, também, a hipótese de aversão ao risco pelos investidores, que diante do mesmo retorno obrigam-se-iam a optar pelo investimento de menor risco. Todavia, mediante duas carteiras de igual risco, optariam pela de maior retorno (Princípio de Dominância).

Estabeleceu um princípio de granularidade ou divisibilidade contínua dos ativos, de modo a possibilitar a compra, inclusive, de frações de ações pelo investidor, e ainda, que todos os impostos e custos incorridos com a aquisição do ativo seriam irrelevantes.

Santos e Tessari (2010) sustentam que a otimização média-variância de Markowitz é a abordagem padrão à construção de carteiras ótimas. “A suposição básica por trás desse modelo é a de que as preferências de um investidor podem ser representadas por uma função (função de utilidade) dos retornos esperados e da variância da carteira” (SANTOS; TESSARI, 2010, p. 373).

O retorno de uma carteira com vários ativos consiste do cálculo do retorno médio ponderado dos ativos individuais expresso na forma da Equação 2.3:

$$R_{(p)} = \sum_{i=1}^n W_i \cdot R_i \quad [2.3]$$

Em que:

$R_{(p)}$  = retorno de uma carteira de ativos;  
 $W_i$  = peso ou participação de cada ativo da carteira;  
 $R_i$  = retorno de cada um dos ativos; e,  
 “n” = número de ativos da carteira

O Risco de uma carteira adiciona aos riscos individuais à análise de correlações de pares de ativos pode ser expresso na forma da equação 2.4.

$$\sigma_{(p)} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_{(i)} \cdot W_{(j)} \cdot Cov_{(i,j)}} \quad [2.4]$$

Em que:

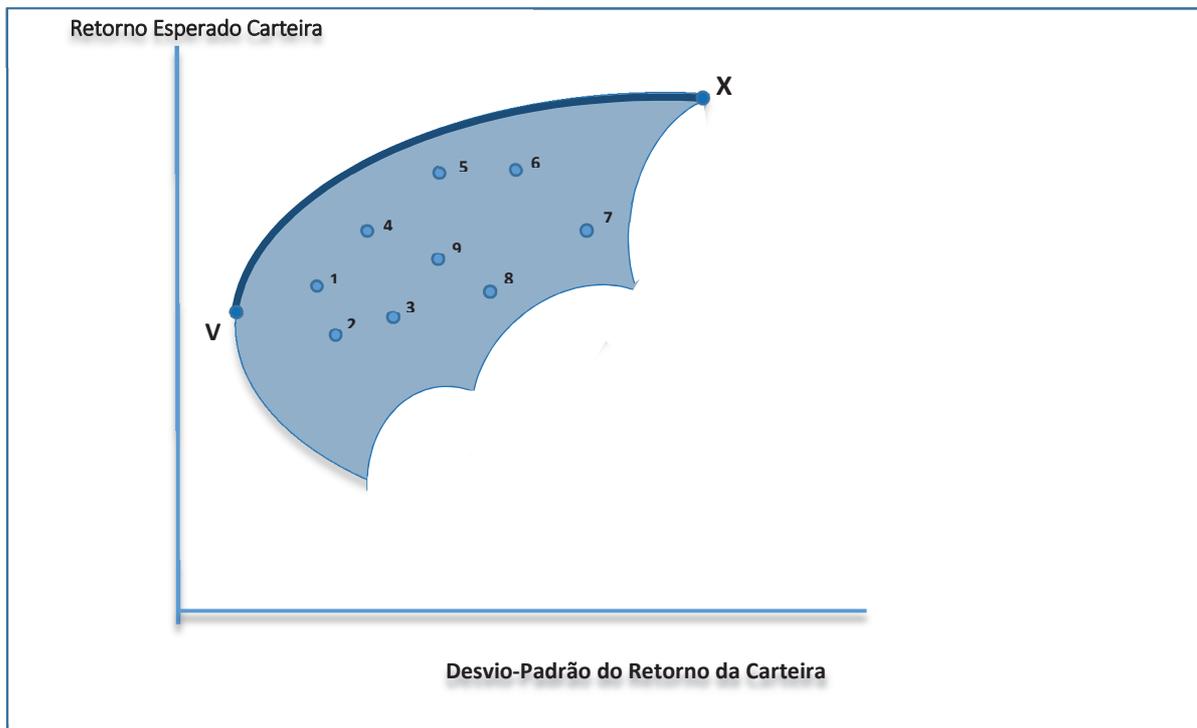
$\sigma_{(p)}$  = desvio padrão da carteira;  
 $w_i$  = o peso ponderado do ativo  $i$ ;  
 $w_j$  = peso Ponderado do ativo  $j$ ; e  
 $Cov_{(i,j)}$  = covariância entre os ativos  $i$  e  $j$ .

### 2.2.3 A MODERNA TEORIA DE CARTEIRAS E A OTIMIZAÇÃO DE ATIVOS

“A teoria do portfólio trata da composição de uma carteira ótima de ativos, tendo como objetivo principal maximizar o grau de satisfação do investidor pela relação risco/retorno.” (CASACCIA et al., 2011, p. 12).

Calculando-se convenientemente os retornos e os desvios-padrão, assim como as covariâncias esperadas para cada par de ativos, podem ser construídas todas as carteiras possíveis com um conjunto de ativos de modo que possam estar assim representados na Figura 2.

**FIGURA 2 - REGIÃO FACTÍVEL E FRONTEIRA EFICIENTE**



Fonte: Ross, Westerfield e Jaffe, (1995, p. 214)

A região sombreada é denominada região factível, e em consonância com o princípio de dominância, o segmento de interesse é aquele compreendido entre os pontos “V” e “X”, que corresponde a chamada fronteira eficiente de ativos de Markowitz.

Para Markowitz (1952), o melhor conjunto possível de carteiras eficientes é denominado de fronteira eficiente, isto é, neste conjunto todas as carteiras têm o mínimo nível de risco para dado nível de retorno e o máximo de retorno para dado nível de risco e que na figura acima correspondem ao segmento “V-X”.

Essa proposição admite assim que o investidor avesso a riscos irá escolher uma carteira que ofereça o máximo de retorno esperado para diferentes níveis de risco e o mínimo risco para diferente níveis de retornos, coadunando-se ao chamado princípio de dominância.

A questão para o investidor decorre que a chamada fronteira eficiente de Markowitz, uma vez determinada, visa apontar as melhores alternativas de investimento, sem, entretanto, indicar qual delas deverá ser selecionada pelo investidor, cujas opções serão definidas pelo seu nível de aversão ao risco.

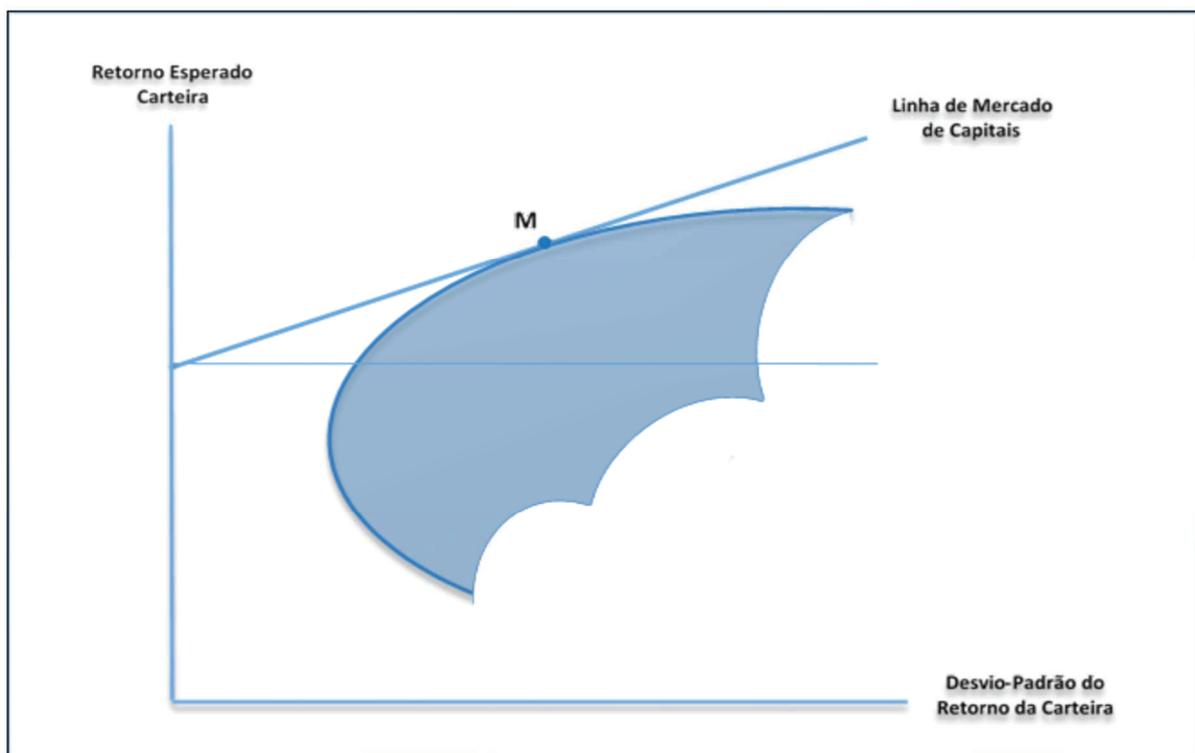
Ainda que fosse possível a determinação da chamada curva de indiferença para um investidor, assumindo-se que cada qual possui uma específica, torna-se, pois, difícil para o gestor de uma carteira de ativos escolher aquela que mais se adequa ao perfil do investidor.

Uma proposta para a solução desse problema surgiu quando Tobin incluiu o conceito de ativo livre de risco à carteira proposta inicialmente por Markowitz, de maneira que o investidor pudesse então dividir seus investimentos, aplicando-os parte à taxa livre de risco e parte em um conjunto otimizado de ativos com risco, conforme o perfil (BRUNI, 1998).

Tobin propôs que a carteira ótima deva ser selecionada pelo segmento de reta constituído pelo ponto de tangência com a fronteira eficiente e a taxa livre de risco.

A reta que tangencia a fronteira, denominada Linha de Mercado de Capitais (*Capital Market Line*), é o lugar geométrico em que se situam os portfólios considerados eficientes, de forma que a reta do mercado de capitais ofereça as melhores relações risco/retorno para os investimentos e o ponto **M** representa a carteira de mercado, ilustrado na Figura 3.

**FIGURA 3 – LINHA DE MERCADO DE CAPITALIS**



## 2.3 DESEMPENHO DE CARTEIRAS DE INVESTIMENTOS NO BRASIL

A avaliação crítica das carteiras de investimento e do uso estratégias adequadas a obtenção de uma melhor performance nos investimentos tem ganhado espaço junto a pesquisadores dedicados ao estudo de finanças, cujos trabalhos que possuem conexão com o objeto de pesquisa deste estudo sumarizamos a seguir.

### 2.3.1 SEGMENTO DE RENDA FIXA

Inversamente à importância, representatividade e volume de ativos administrados no Brasil, poucos estudos foram identificados visando à avaliação das carteiras do segmento de ativos de renda fixa ou de fundos de renda fixa, comparativamente aos estudos realizados no segmento com ativos de renda variável, contemplando carteiras de ações ou fundos de ações.

Entre as estatísticas de avaliação de performance mais conhecidas está o índice de Sharpe (IS), apresentado em Sharpe (1966), que, desde então, tem sido amplamente utilizado na indústria de fundos de investimento (VARGA, 2001).

Em estudo precursor a fim de propor um indicador próprio para mensurar os fundos de renda fixa, Securato, Abe e Ziroulo (2000) advertem que os índices clássicos de Sharpe, Treynor e Jensen parecem ser mais adequados à mensuração dos fundos de ações, aos quais é possível estabelecer diferenças sob vários critérios.

Para tanto, justificaram os autores que tais indicadores quando utilizados aos fundos de renda fixa, representam valores muito próximos entre os fundos avaliados. Alertam, ainda, quanto à ocorrência de haver erros de aproximação nos cálculos praticados, que possam ser superiores, inclusive, às diferenças de valores obtidos entre os fundos de renda fixa.

Conquanto que com objetos de estudo distintos, Lima (2006) e Fonseca et al.(2007) dedicaram-se a medir o desempenho de fundos de investimento por meio da utilização do índice de Sharpe. O primeiro autor mensurando o resultado dentro da própria categoria de fundos e, os seguintes, comparando os resultados obtidos entre fundos de renda fixa e renda variável.

O trabalho de Lima (2006), pioneiro no estudo dos fundos de investimentos previdenciários brasileiros, tipo “PGBL”, propôs-se a verificar, com a utilização de testes estatísticos, o nível de sensibilidade da rentabilidade de tais fundos relacionado

à taxa de juros básica, mensurado pelo certificado de depósito interbancário (CDI) entre 2003 e 2004, e adicionalmente, realizou a análise do desempenho por meio do Índice de Sharpe.

O procedimento metodológico prescindiu do levantamento dos retornos mensais de cada fundo selecionado em amostra em um determinado período, calculando-se a volatilidade (desvio padrão médio).

Em seguida o estudo foi complementado pelo cálculo do Índice de Sharpe para análise da performance, cujos resultados demonstraram relativa ineficiência na gestão dos recursos dos fundos que compuseram a amostra.

Amaral em 2013, de maneira semelhante, revisitou o tema de fundos de previdência de renda fixa, com vistas em avaliar os fatores que interferem no desempenho por meio de índices de desempenho no período de 2005 a 2011.

Os resultados permitiram identificar diferenças estatísticas significantes entre os fundos previdência e os de renda fixa tradicionais, em que os fundos de previdência obtiveram retornos inferiores aos fundos de renda Fixa.

Ao comparar a performance de fundos de investimento em renda variável com a de fundos de investimento em renda fixa, Fonseca et al. (2007) dispuseram-se a analisar o desempenho dos fundos de investimento no Brasil no período 2001/2005, mediante a utilização dos índices de Sharpe, complementado pelo Índice de Sortino para fins de avaliação da performance em termos de risco e retorno.

Os resultados desse estudo revelaram que as duas categorias de fundos não apresentaram diferença estatística significativa em termos do retorno médio no período. Segundo os autores, diferenças identificadas na variância durante o período analisado conferiram ao estudo uma melhor relação risco e retorno para os fundos de renda fixa, causa associada às altas taxas de juros praticadas na abrangência do estudo.

Em estudo dedicado a fundos de renda fixa indexados, Villela e Leal (2008) buscaram avaliar se o fator que representa o componente pré-fixado ajuda a explicar o desempenho passado do fundo. A análise contemplou fundos de renda fixa atrelados ao “IRF-M”, representante dos componentes do Índice de Mercado Anbima (IMA), indicador que procura refletir outros tipos de carteira de renda fixa, mormente, os indexados à inflação.

Os resultados desse estudo sinalizaram que o índice IRF-M agrega informações de forma marginal à análise de desempenho de fundos de renda fixa.

Revelou também, que seu impacto econômico diante dos modelos empregados é muito baixo, devido aos coeficientes que apresenta.

### 2.3.2 SEGMENTO DE RENDA VARIÁVEL

Os trabalhos destinados ao desempenho de ativos de renda variável no Brasil abarcaram carteiras de investimento em ações e fundos de renda variável e, referente às otimizações, das carteiras utilizam desde os modelos clássicos de Markowitz (1952) e Sharpe (1966) à análise envoltória de dados (DEA).

Bruni e Famá (1998) e Hieda e Oda (1998) realizaram, à priori, trabalhos inseridos no contexto do modelo de otimização formulado na teoria desenvolvida por Markowitz (1952).

O trabalho de Bruni e Famá (1998) consistiu em avaliar o desempenho no mercado de ações brasileiro a partir de uma estratégia de diversificação ingênua versus uma outra carteira otimizada segundo a teoria de Markowitz, estabelecendo janelas móveis com prazos de 12, 24 e 36 meses, em que o resultado obtido pela janela de 12 meses foi superior.

Comparativamente a esse trabalho, Hieda e Oda (1998) realizaram otimizações baseando-se nas valorizações diárias das vinte ações mais negociadas no Ibovespa, adotando janelas móveis de um quadrimestre compatíveis com a vigência do índice no período.

Essa otimização utilizou ainda como parâmetro o índice de Sharpe, cujo resultado positivo foi a obtenção de um risco inferior à estratégia de diversificação “ingênua” na maioria dos quadrimestres, e, em alguns deles, à carteira Ibovespa.

Zanini e Figueiredo (2005) desenvolveram estudo cujo cerne consistiu em determinar se há diferença no desempenho de carteira submetida às aplicações do modelo original de Markowitz e do Modelo de Índice Único de Sharpe no mercado de ações brasileiro.

O trabalho, ao apresentar um caráter complementar aos trabalhos de Bruni e Famá (1998) e Hieda e Oda (1998), procurou explicitar também a validade da aplicação das Teorias Markowitz (1952) e de Sharpe (1966), enquanto incorporação real de benefícios ao investidor. Investigou, ainda, quais os períodos de tempo (janelas móveis) são os mais adequados para serem utilizados como base de dados voltada à otimização de carteiras.

Os resultados da pesquisa, escudados por testes estatísticos tradicionais, demonstram não existir evidências de superioridade no desempenho de uma carteira em relação à outra. Não foram observadas vantagens para o investidor na utilização dos presentes modelos de forma preditiva à formação de carteiras de investimento. Alusivo ao melhor intervalo, os resultados não podem ser considerados significativamente diferentes e a superioridade obtida em algum período foi explicada como casual.

Como exemplo de uma aplicação do modelo clássico da teoria do portfólio de Markowitz (1952), Almeida, Silva e Ribeiro (2010) procuraram identificar uma composição de carteiras eficientes que minimizam o risco para o mesmo nível de retorno esperado.

Nesse sentido, utilizaram-se de uma carteira base composta pelas dez melhores ações que compunham o Ibovespa, admitindo-se cenários (janelas) pré-crise, crise, pós-crise e referente a Abril/2005 a Abril/2010.

O trabalho obteve como resultado o “par de ativos” como melhor desempenho em todos cenários analisados, comprovando, assim, segundo os autores, a eficácia do modelo de otimização com o uso do modelo de diversificação de Markowitz e consequente redução dos riscos em cada cenário.

Os trabalhos de Thomé, Leal e Almeida (2011), Santos e Tessari (2012) e Rubesan e Beltrame (2013) guardam correspondência entre si, relativa ao objeto de pesquisa, pois buscaram investigar as carteiras de variância mínima, ao compará-las com carteiras formadas por ações que integram o Ibovespa, como forma de evidenciar uma alternativa provável ao modelo tradicional de média variância.

Thomé, Leal e Almeida (2011) comparam o desempenho de uma carteira de mínima variância com uma carteira ingênua ou igualmente ponderada com as mesmas ações, inclusive de fundos de investimento. Os resultados demonstraram que a carteira de mínima variância global, com limites máximos incidentes sobre os pesos das ações, apresentou retorno médio maior com desvio padrão menor do que o Ibovespa.

Santos e Tessari (2012), por meio de estimadores mais sofisticados e robustos, com o objetivo de mitigar erros de estimação, utilizaram dados do mercado brasileiro de ações para realizar comparações a partir de um carteira calcada no paradigma de média variância de Markowitz, a partir da alternância do coeficiente de aversão ao risco.

Os resultados evidenciaram carteiras otimizadas com um desempenho ajustado ao risco de forma consistente, superior ao obtido por meio da abordagem tradicional escorado pela matriz de covariância amostral. O retorno obtido foi também superior aos *benchmarks* comparados, quais sejam Ibovespa e carteira ingênua.

Rubesan e Beltrame (2013) compararam os resultados das carteiras de variância mínima usando como benchmark o índice Ibovespa, estendendo as comparações a uma carteira igualmente ponderada, uma carteira formada pela razão de Sharpe e uma carteira formada pela maximização da média geométrica dos retornos.

O desempenho da carteira de variância mínima, em termos de retorno ajustado ao risco, quando submetido a testes tradicionais e robustos, mostrou-se estatisticamente superior ao das demais carteiras, incluindo a de índice Ibovespa e a carteira igualmente ponderada das ações, à semelhança dos resultados obtidos por Santos e Tessari (2012).

*Data Envelopment Analysis* (DEA) ou Análise Envoltória de Dados, é uma técnica de mensuração de desempenho cuja aplicação tem despertado o interesse e pesquisadores nos estudos de Finanças, sobretudo na otimização de portfólios.

Nas afirmações de Resende Neto (2006) uma das vantagens do DEA, é que não sendo uma ferramenta paramétrica, não requer nenhum modelo teórico como o CAPM ou o APT, possibilitando também, comparar o desempenho de um fundo com um portfólio ou entre os diversos portfólios otimizados.

Referente às aplicações destinadas ao estudo de carteiras de ações a partir da utilização da “DEA”, Lopes, Carneiro e Schneider (2010) e Rotela, Pamplona e Salomon (2014) avaliaram o desempenho de carteiras, respectivamente otimizadas, mediante as abordagens de Markowitz (1952) e de Sharpe (1965).

No primeiro caso, Lopes, Carneiro e Schneider (2010) buscaram avaliar se a aplicação do modelo de otimização de Markowitz sobre carteiras selecionadas por meio do DEA gera retornos maiores que carteiras obtidas apenas com o DEA.

Por meio da comparação das carteiras DEA com o Ibovespa, concluiu-se que as carteiras DEA otimizadas por Markowitz (1952) alcançam melhor desempenho que as carteiras DEA originais e Ibovespa.

A proposta de Rotela, Pamplona e Salomon (2014) com vistas em avaliar a eficiência das ações da Bovespa assemelha-se à proposta de Lopes, Carneiro e Schneider (2010), diferenciando-se, entretanto, quanto à otimização empregada.

Foi utilizada a abordagem de Sharpe (1966) a uma carteira de ativos selecionadas pelo DEA, a qual foi comparada às carteiras obtidas individualmente, ou por meio do DEA, ou por Sharpe.

Procedendo-se às comparações das carteiras otimizadas, foi observado um melhor desempenho da carteira resultante (DEA + Sharpe) frente às carteiras otimizadas individualmente, por DEA, ou, por Sharpe (1966).

## 2.4 INDICADORES DE DESEMPENHO EM FUNDOS DE INVESTIMENTOS

A finalidade do uso de indicadores de desempenho nos fundos investimento é estabelecer uma comparação entre eles, tomando como referência as séries históricas de suas cotas, que correspondem aos recursos monetários dos condôminos convertidos em frações por meio do quociente entre o Patrimônio Líquido do Fundo e o número total de cotas. Dentre os principais indicadores de desempenho utilizados pelos fundos de investimento estão os Índice de Sharpe, de Sortino e de Treynor, sobre os quais descrevemos a seguir as principais características.

### 2.4.1 ÍNDICE DE SHARPE

“O Índice de Sharpe expressa a rentabilidade média excedente por unidade de risco total da carteira. A rentabilidade média excedente é a diferença entre a rentabilidade média da carteira sob análise e a rentabilidade proporcionada pelo ativo sem risco.” (ZANINI; FIGUEIREDO, 2005, p. 45).

O índice de Sharpe ou razão de Sharpe é o quociente de uma divisão que tem no numerador o chamado retorno excedente subtraído da taxa livre de risco e no denominador o desvio padrão do retorno do ativo, de modo que o Índice de Sharpe (IS) pode ser expresso pela Equação 2.6.

$$IS = \frac{R_a - R_f}{\sigma_a} \quad [2.6]$$

Em que:

IS = Índice de Sharpe;

$R_a$  = Retorno médio do Ativo;

$R_f$  = Taxa livre de risco; e,

$\sigma_a$  = Desvio-padrão do retorno.

Referente à confiabilidade, Resende Neto (2006) advertiu que o cálculo do IS precisa considerar certo número de períodos que podem ser semanais ou mensais. Salientou que o indicador escolhido para taxa livre de risco deve guardar relação com o segmento do fundo tanto quanto com o objetivo de sua rentabilidade.

Há que se possuir relativa cautela na interpretação uma vez que o IS não incorpora correlação entre os ativos e, diante dessa evidência, Fonseca et al. (2007) ponderam que para um investidor, que já possui investimentos em fundos, e procura adicionar um novo fundo à sua carteira de investimentos, a seleção com base no IS torna-se inócua, porque o efeito da correlação entre o novo fundo e os já existentes na carteira não está sendo capturada pelo IS.

Quando o IS calculado apresenta resultados negativos, a ordenação dos fundos perde-se na essência, ademais, nas considerações de Varga (2001), esse problema do IS negativo advém desse índice ser baseado em retorno e risco esperados, pois resultados negativos não fazem sentido em um modelo de mercado, visto que, sempre restaria aos investidores a opção de investir alternativamente na taxa livre de risco.

Há variações no Índice de Sharpe tradicional decorrente de interpretações do que efetivamente o investidor pretenda medir como, por exemplo, o Índice de Sharpe Generalizado (ISG). Nesse sentido, Varga (2001) esclarece que se pode, quando a intenção é utilizar o IS para demonstrar o resultado de uma arbitragem entre uma posição vendida no índice de mercado em relação a uma posição comprada por um fundo, substituir a taxa livre de risco pelo índice de mercado correspondente usando um *benchmark* (índice de referência) tal como o Ibovespa e, nesse caso, a fórmula para o ISG será dada pela Equação 2.7.

$$ISG = \frac{\bar{R}_a - \bar{R}_b}{\sigma_{(a,b)}} \quad [2.7]$$

Em que:

ISG = Índice de Sharpe generalizado

$\bar{R}_a$  = Retorno médio do ativo;

$\bar{R}_b$  = Retorno médio do *benchmark*; e,

$\sigma_{(a,b)}$  = Desvio padrão ajustado entre os retornos do ativo e o *benchmark*.

#### 2.4.2 ÍNDICE DE TREYNOR

Utilizado como medida de avaliação da performance de fundos de investimento, o índice de Treynor (IT) desenvolveu-se a partir da Teoria do CAPM. Enquanto o IS mensura o excesso de retorno por unidade de risco total, o IT mede o excesso de retorno em relação tão somente ao risco considerado sistemático.

Sua concepção é atribuída a Jack Treynor em 1965, que o denominou de Razão da volatilidade, por exprimir a relação entre o prêmio de risco e o Beta de um ativo.

O chamado *Beta* de um ativo corresponde ao coeficiente angular definido no CAPM, pelo qual é medida a volatilidade do desempenho médio da carteira de ativos em relação ao mercado em que está inserida.

O cálculo do IT de um fundo de investimento pode ser realizado por meio da divisão do prêmio de risco pelo coeficiente de correção entre o fundo e seu benchmark, correspondente ao coeficiente beta no modelo CAPM (REZENDE NETO, 2006).

O IT difere do IS em razão de que o último utiliza como medida de risco o desvio padrão, ao passo que o primeiro utiliza o beta para tal. Analogamente ao IS, em caso de ordenação seria considerado como melhor fundo aquele que apresentar o maior valor para IT. O cálculo do índice de Treynor é expresso de acordo com a Equação 2.8.

$$IT = \frac{R_a - \bar{R}_f}{\beta} \quad [2.8]$$

Em que:

IT = Índice de Treynor;  
 $\bar{R}_a$  = Retorno médio do ativo;  
 $\bar{R}_f$  = Taxa livre de risco; e,  
 $\beta$  = Beta do ativo

### 2.4.3 ÍNDICE DE SORTINO

Assim denominado, em homenagem a Frank Sortino, precursor nos pesquisas de *downside risk*, esse índice assemelha-se conceitualmente com as premissas do Índice de Sharpe, tornando-se diferenciado, todavia, ao abordar o conceito de semivariância, e, considerar apenas as variâncias, que em relação à média, provocassem perdas financeiras (*downside risk*).

É utilizado como critério para corte o conceito de Mínimo Retorno Aceitável (MRA), selecionando-se apenas os retornos inferiores ao parâmetro. O MRA é um valor definido pelo usuário, mormente, o próprio benchmark do fundo.

“Sortino percebeu que o desvio padrão media tão somente o risco de não se atingir uma média. Porém, o mais importante seria capturar o risco de se não atingir o retorno em relação a uma meta de investimento.” (FONSECA et al., 2007, p. 109).

Resende Neto (2006) afirmou que o índice de Sortino é capaz de diferenciar de modo objetivo a gestão de risco de um fundo do que simplesmente volatilidade, tornando-se importante instrumento para análise de fundos, os quais, devido às estratégias de gestão, obrigam-se a uma maior volatilidade nas cotas com comprometimento do IS.

De acordo com Eid, Taddeo e Rochman (2005, p. 4) o chamado *downside risk* “diz respeito à parcela do risco com a qual o investidor está efetivamente preocupado, ou seja, o risco de que o retorno proporcionado por um ativo esteja abaixo do retorno mínimo aceitável”.

Consignam Securato et al. (1999) que ao se assumir uma relação para o MRA, em que os retornos de um fundo estejam acima de 98% do Certificado de Depósito Interbancário (CDI) e o risco do próprio fundo, o cálculo do ISOR pode ser dado pela Equação 2.9.

$$I_{\text{SOR}} = \frac{\frac{\sum R_a - 0,98 \cdot R_f}{n}}{\sqrt{\frac{\sum \min(R_a) - 0,98 \cdot R_f}{n}}} \quad [2.9]$$

Em que:

$I_{\text{SOR}}$  = Índice de Sortino;

$R_a$  = Retorno médio do ativo;

$R_f$  = Taxa livre de risco; e,

“n” = Número de observações.

### 3 METODOLOGIA

A correta utilização de técnicas de pesquisa constitui um elemento fundamental para a seleção, classificação e produção de informações no processo científico. Este capítulo contempla o enquadramento metodológico desta pesquisa e os procedimentos adotados à obtenção dos resultados, que serão objeto de análise e avaliação.

#### 3.1 ENQUADRAMENTO TEÓRICO

Na forma apresentada por Silva e Menezes (2001), as pesquisas classificam-se, mormente, quanto à forma, à abordagem do problema, aos objetivos e aos procedimentos técnicos.

Sob aspecto da natureza, a pesquisa pode ser básica quando o discurso englobar verdades de interesses universais sem a pretensão de aplicá-las à prática, já, por outro lado, a pesquisa aplicada tem por objetivo a geração de conhecimento direcionado à solução de problemas específicos.

Relativamente à abordagem do problema de pesquisa, depreende-se por análise quantitativa como aquela que tenta explicar o problema utilizando-se, majoritariamente, de cálculos numéricos e do emprego de técnicas estatísticas.

A abordagem qualitativa, pode ser compreendida como aquela que não se apoia em resultados numéricos, possuindo a pretensão de examinar a relação da realidade com o objeto de estudo, submetendo-se, pois, às várias interpretações de análise indutiva inerente ao pesquisador.

Segundo Gil (2008), em relação aos objetivos, as pesquisas podem ser classificadas como exploratória, explicativa, e descritiva.

A pesquisa exploratória visa ampliar a visão sobre um tema ou problema de pesquisa para que seja devidamente enquadrado, por meio da coleta de informações com vistas a explicitá-lo.

Essa classificação de pesquisa pode ser compreendida com uma preparação à pesquisa explicativa, tal que seja utilizada, após o registro e análise dos dados coletados, quando for necessário a identificação das causas e interpretar os efeitos decorrentes da relação existente entre variáveis de controle ou de decisão e as variáveis de resultado, determinando as razões para a ocorrência dos fenômenos.

A pesquisa descritiva tem por objetivo descrever as características de determinadas populações ou fenômenos de um objeto de estudo bem delineado, por meio de utilização de técnicas padronizadas de coleta de dados, procedimentos estruturados e direcionados para a solução de problemas e/ou desenvolvimento de alternativas.

Severino (2007) define os procedimentos operacionais destinados à mediação prática da realização de pesquisas como técnicas, que podem ser utilizadas em estudos conduzidos de forma alinhada às diferentes metodologias, desde que calcadas no conhecimento científico existente. No rol de técnicas apresentadas pelo autor podem ser citadas a documentação, entrevista, observação e questionários.

Em face de tais considerações, o presente trabalho pode ser classificado com uma pesquisa de natureza aplicada, e frente aos objetivos formulados como uma pesquisa descritiva, cujo desenvolvimento implica uma abordagem quantitativa com a utilização de procedimentos estatísticos, realizados após a coleta de dados específicos para a consecução dos resultados.

### 3.2 DELIMITAÇÃO, POPULAÇÃO E AMOSTRA

A fim de responder ao problema de pesquisa, este estudo pretende utilizar as premissas do princípio de diversificação de Markowitz (1952) sobre a construção de uma fronteira eficiente aplicadas a uma amostra de fundos exclusivamente administrados pela Caixa.

A execução implica a realização de procedimentos técnicos com vistas a cumprir com os objetivos estabelecidos no capítulo 1, que importam a identificação do fundo ou conjunto de fundos, dentre os administrados pela Caixa, que ofereça a melhor relação de risco e retorno para alocação dos recursos, que permitam realizar executar simulações que tornem possível opinar quanto a eventuais otimizações com o portfólio de fundos analisados e, ainda, em caráter complementar, hierarquizar os fundos de uma amostra segundo um indicador de desempenho apropriado.

#### 3.2.1 POPULAÇÃO E AMOSTRA

A adoção de dados históricos para consecução dos retornos e riscos esperados tem sido usual na literatura empírica corrente, a exemplo do que será

utilizado neste estudo, como forma de evitar a subjetividade e dificuldade de se fazer previsões.

Preconizado por Markowitz (1952), a seleção de uma carteira ótima dentre as carteiras que podem ser consideradas eficientes deve especificar o seu tipo de função de utilidade, por demonstrar o comportamento do investidor diante da preferência para a assunção dos riscos.

No caso em estudo, tendo em vista o caráter de investidor institucional dos RPPS, aplica-se a afirmação de Bertucci, Souza e Felix (2004, p. 8) segundo a qual “a alocação de ativos, sujeitos à volatilidade, em portfólios, de forma a maximizar funções de utilidade, remete o problema imediatamente à formulação clássica de Markowitz”.

A vista dessas considerações, são premissas deste trabalho que os retornos dos investimentos sigam uma distribuição normal; a escolha do portfólio acompanha uma função de utilidade quadrática; as decisões dos investidores tanto quanto dos gestores ponderam quanto à correta seleção de um ativo livre de risco como também a escolha entre o retorno esperado e o risco associado do portfólio analisado.

O processo de construção de uma fronteira eficiente, preconizado por Markowitz, fundamenta-se na informação relativa sobre os ativos, nos critérios para classificação dos portfólios, e os procedimentos computacionais por meio dos quais são obtidos os portfólios que atendam a tais critérios, definidos a partir das informações sobre os ativos que se desejar otimizar.

Sob o ponto de vista de Assaf Neto (2000) a avaliação de carteiras de investimentos compõe-se de três fases de estudo:

- análise e seleção dos títulos;
- seleção das carteiras.

Neste estudo, a questão da análise dos títulos, tem menor relevância, uma vez que a seleção dos ativos que irão compor as carteiras já está regulamentada, e a rentabilidade, liquidez, e o enquadramento legal, estão a cargo do gestor da carteira, responsável pela compra e venda dos ativos dos fundos selecionados.

Há que se considerar, entretanto, que uma apropriada seleção dos fundos de investimento para integrar a amostra constitui questão a ser solucionada, a fim de que seja representativa da população tanto quanto possível e, em quantidade suficiente para produzir um bom efeito diversificador na forma preconizada por Markowitz (1952).

Preliminarmente, para proceder à análise dos fundos de investimentos visando à composição de uma amostra, considera-se a informação prestada pela unidade da Caixa responsável pelo relacionamento com investidores corporativos contendo a relação de fundos administrados, relacionados no Apêndice A.

Hieda e Oda (1998), na aplicação do modelo de otimização de carteira por meio do modelo de Markowitz, estudaram as vinte maiores ações mais negociadas da carteira teórica do Ibovespa, coletando-se preços diários das ações dispostas em treze quadrimestres, que compuseram o período de observações.

Para a realização da análise dos dados, Almeida, Silva e Ribeiro (2010), realizaram a coleta dos retornos nominais mensais das sessenta e seis empresas que compunham o Índice Ibovespa referentes ao período de Abril/2005 a Abril/2010, selecionando para amostra a dez ações mais negociadas na carteira teórica do Ibovespa.

Neste estudo, optou-se por utilizar a população dos fundos informados, selecionando-se aqueles que estão em atividade e que permitissem obter um número adequado de observações no período de abrangência por se considerar que a aplicação dos pressupostos de Markowitz (1952) necessita de um histórico confiável e consistente acerca dos retornos dos ativos para constituição da amostra.

Relativo à abrangência da série temporal utilizada para análise, em Bertucci, Souza e Félix (2004), definiu-se um período único de 252 dias úteis, ao passo que em Ferreira et al. (2010), foram utilizados dois anos, considerando então as rentabilidades diárias correspondentes a 498 dias úteis de observação.

Levando-se em conta o caráter de alocação de longo prazo para os RPPS, à semelhança do período de abrangência utilizado por Ferreira et al. (2010), estipulou-se para a consecução deste estudo um período único de dois anos, utilizando a rentabilidade semanal dos fundos selecionados.

### 3.2.2 PROCEDIMENTOS UTILIZADOS

Os dados para o estudo, são classificados como secundários quanto à forma de obtenção e correspondem as cotas diárias para cada fundo analisado, para o período compreendido entre 28/06/13 e 31/12/15, publicadas pelo administrador na página eletrônica da CVM, disponíveis para consulta.

Para a aplicação do modelo de Markowitz (1952) aos fundos selecionados tanto é possível utilizar o retorno diário dos fundos (cotas), semanal ou mensal, visto que

em todas as opções o modelo utilizado está baseado no retorno/rentabilidade histórica dos ativos para determinação do valor esperado.

Definida a amostra e coletadas as cotas para os fundos, estipuladas a periodicidade e abrangência, o passo seguinte importa em determinar o retorno médio semanal estipulado para a aplicação do modelo, considerando duas maneiras usuais para o cálculo do retorno, quais sejam em intervalos discretos ou contínuos.

Optando-se pela primeira, são calculados os retornos semanais ao longo do período analisado que permitam obter o retorno médio de cada fundo de investimento por meio da razão entre retorno acumulado e o número de semanas no período analisado.

Para determinar o retorno da carteira total, realiza-se o cálculo da média ponderada dos retornos médios de todos fundos da amostra, considerando-se as participações individuais (pesos) nos fundos investidos, consoante a Equação 2.3, ora repetida, e respectivas condicionantes:

$$R_{(p)} = \sum_{i=1}^n W_i \cdot R_i \quad [2.3]$$

- O capital (recurso ou disponibilidade do RPPS) deve ser investido totalmente nos fundos da amostra; tal que:  $\sum_{i=1}^n W_i = 1$  em que  $W_i$  corresponde à participação individual de cada fundo selecionado; e,
- Os pesos dos ativos estarão compreendidos entre 0 e 1, tal que  $0 \leq W_i \leq 1$ , não se permitindo posições alavancadas.

As regras, ora estabelecidas, buscam obter uma carteira compatível com as restrições para aplicação dos recursos na forma regulamentada, e que apresente a melhor solução de risco e retorno para o investidor.

O risco do portfólio analisado, variável fundamental quando o propósito do estudo importa na construção de uma carteira eficiente, é determinado a partir das variâncias individuais dos fundos de investimento e das covariâncias entre todos os fundos, calculados entre os pares de fundos integrantes da amostra tal que as diferenças entre os retornos individuais e a média dos retornos de cada fundo sejam obtidas subtraindo-se os retornos individuais pelo retorno médio semanal.

Para a determinação da variância de cada fundo realizou-se o somatório dos quadrados dos desvios obtidos no procedimento anterior, dividindo-o por “n-1” semanas do período.

Na sequência, procede-se à multiplicação da matriz dos desvios dos retornos pela matriz transposta destes para determinar a matriz de covariância entre todos os fundos da amostra em que se é possível observar a existência de correlações entre os fundos, mediante o modelo apresentado no Quadro 3, e os resultados encontrados para cada par de fundos estão no Apêndice B.

**QUADRO 3 – MODELO DE MATRIZ DE COVARIÂNCIA**

RF (*)	RF(1)	RF(2)	RF(3)	RF(4)		RF <sub>(n)</sub>
RF(1)	$\sigma(f1,f1)$	$\sigma(fi,f2)$	$\sigma(fi,f3)$	$\sigma(fi,f4)$	...	$\Sigma[f1,f_{(n)}]$
RF(2)	$\sigma(f2,f1)$	$\sigma(f2,f2)$	$\sigma(f2,f3)$	$\sigma(f2,f4)$	...	$\sigma[f2,f_{(n)}]$
RF(3)	$\sigma(f3,f1)$	$\sigma(f3,f2)$	$\sigma(f3,f3)$	$\sigma(f3,f4)$	...	$\sigma[f3,f_{(n)}]$
RF(4)	$\sigma(f4,f1)$	$\sigma(f4,f2)$	$\sigma(f4,f3)$	$\sigma(f4,f4)$	...	$\sigma[f4,f_{(n)}]$
	...	...	...	...	↘	
RF <sub>(n)</sub>	$\sigma(f_{(n)},f1)$	$\sigma(f_{(n)},f2)$	$\sigma(f_{(n)},f3)$	$\sigma(f_{(n)},f4)$	...	$\sigma[f_{(n)},f_{(n)}]$

Nota: (\*) RF = Retorno do Fundo

Fonte: Elaborado pelo Autor

Realizados esses procedimentos, por meio da ferramenta de Análise de Dados do Excel o risco do portfólio de fundo de investimento é calculado segundo a Equação, 2.4, ora repetida:

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i \cdot w_j \cdot Cov(i,j)} \quad [2.4]$$

No tocante à identificação de uma taxa livre de risco apropriada à geração da carteira ótima e para ordenação dos fundos de investimentos da amostra, há diversas considerações na literatura corrente, na qual o assunto parece não estar plenamente pacificado para determinar qual ativo seja mais indicado para essa utilização no cenário doméstico.

Fonseca et al. (2007) ao estudar o desempenho de fundos de investimento constataram, ao usar vários tipos de ativos para servir de taxa livre de risco, que independentemente do tipo utilizado, a ordenação dos índices de Sharpe não se alterava durante o período examinado, optando, pois, no projeto final pela poupança.

Em um estudo visando discutir sobre a taxa livre de risco adequada ao mercado brasileiro, Silveira, Famá e Barros (2010) consideraram a poupança e o “DI” em consonância com a conceituação teórica de uma taxa pura de juros, carecendo porém, de aprofundamentos sobre qual delas possa ser a mais adequada, visto estarem sujeitas à intervenções do governo e, enquanto características inerentes possuem riscos similares, porém retornos distintos.

Diante de tais considerações, para a determinação da carteira ótima com os fundos da Caixa, será utilizado como ativo livre de risco a média da caderneta de poupança nominal no período, a exemplo de Bertucci, Souza e Félix (2004) que a consideraram como a aplicação prática sem risco, em função de seu retorno.

Por último, utiliza-se a ferramenta “SOLVER” do Excel, a qual permite a solução do problema mediante a seleção da função objetivo de minimizar, identificando-se a carteira de mínima variância para dado retorno, dentre as possíveis combinações de percentuais dos fundos que integram a amostra.

Estabeleceu-se proceder a otimizações com uma carteira submetida às restrições legais e com uma carteira de fundos livres de restrições para avaliar os possíveis efeitos da aplicação dos limites dispostos na norma legal utilizando o modelo de média variância para a obtenção de uma carteira ótima, a qual representa nas ponderações de Securato (2007, p. 223) “a carteira de fundos com a máxima razão recompensa-variabilidade.” Nas considerações de Hieda e Oda (1998), essa carteira consiste no portfólio de máxima razão entre o prêmio de risco por unidade de risco acrescida.

Em complementariedade aos objetivos definidos, são determinados os índices de Sharpe dos fundos da amostra e das carteiras de mínima variância e ótima, os quais são ordenados em forma decrescente.

De posse dos resultados dos retornos médios, realiza-se o cotejamento da rentabilidade das carteiras ótimas e do fundo de melhor IS com a variação dos indicadores de meta atuarial, para o período de abrangência, JUL/13 a JUN/15, a fim de avaliar a eficiência das carteiras otimizadas para o efetivo e pleno atingimento da meta atuarial no período analisado.

## 4 ANÁLISE DOS DADOS

Este capítulo apresenta a análise dos resultados apurados mediante a aplicação do modelo da média variância de Markowitz aos fundos administrados e geridos pela Caixa, atentando às características da amostra e às análises e ponderações sobre os critérios utilizados na aplicação do estudo.

### 4.1 CARACTERÍSTICAS DA AMOSTRA

A gerência responsável pela relação com investidores do administrador informou um total de 63 fundos na posição de 30/06/2015 como disponíveis às aplicações dos RPPS.

Para a definição da amostra, estabeleceu-se, preliminarmente como restrições que as datas de início de operacionalização fossem iguais ou anteriores a 30/06/13, considerando o período de abrangência de 24 meses definido para o estudo no capítulo 3, e, que os fundos selecionados estivessem abertos para captação de recursos à data informada.

Adicionalmente, condicionou-se a permanência na amostra somente dos fundos que obtiveram retorno positivo no período considerado, o que resultou em uma amostra com 24 fundos.

Na sequência, mediante a análise das políticas de investimentos consignadas nos respectivos regulamentos, procedeu-se à classificação dos fundos segundo as disposições da Res.3922/10, a qual resultou em três classes do segmento de renda fixa somando catorze fundos e duas classes de renda variável integradas por dez fundos, dispostos na Tabela 1.

TABELA 1 – AMOSTRA DE FUNDOS PARA APLICAÇÃO DOS RPPS

Segmento	CLASSE	ATIVO CF RES CMN 3922/10	LIMITE CUMULATIVO	QUANTIDADE
RENDA FIXA	CLASSE I	Aplicações em cotas de fundos de investimento classificados como renda fixa ou referenciado em indicadores de desempenho de renda fixa, constituídos sob a forma de condomínio aberto.	Até 30% dos recursos em moeda corrente do RPPS, Art. 7º, Inciso IV, "a", limitado a 20% de aplicação por fundo conforme Art. 13.	5
	CLASSE II	Aplicações em Cotas de fundos de investimento ou em fundo de investimento em cotas de fundos de investimento classificados como renda fixa ou como referenciados em indicadores de desempenho de renda fixa, constituídos sob a forma de condomínio aberto e cuja política de investimento assume o compromisso de buscar o retorno de um dos subíndices do Índice de Mercado Anbima (IMA).	Até 80% dos recursos em moeda corrente do RPPS, Art. 7º, Inciso III, limitado a 20% de aplicação por fundo conforme Art. 13.	1
	CLASSE III	Aplicações em Cotas de fundos de investimento em Títulos Públicos Federais, constituídos sob a forma de condomínio aberto, que assume o compromisso de buscar o retorno de um dos subíndices do Índice de Mercado ANBIMA (IMA) ou do Índice de Duração Constante Anbima (IDkA), com exceção de qualquer sub índice atrelado à taxa de juros de um dia.	Até 100% dos recursos em moeda corrente do RPPS, Art. 7º, Inciso I, "b".	8
RENDA VARIÁVEL	CLASSE IV	Cotas de fundos de investimento constituídos sob a forma de condomínio aberto e classificados como referenciados que identifiquem em sua denominação e em sua política de investimento indicador de desempenho vinculado ao Ibovespa, IBrX ou IBrX-50.	Até 30% dos recursos em moeda corrente do RPPS, Art. 8º, Inciso I, limitado a 20% de aplicação por fundo conforme Art. 13.	4
	CLASSE V	Cotas de fundos de investimento em ações, constituídos sob a forma de condomínio aberto, cujos regulamentos determinem que as cotas de fundos de índices referenciados em ações que compõem suas carteiras estejam no âmbito dos índices Ibovespa, IBrX ou IBrX-50.	Até 15% dos recursos em moeda corrente do RPPS, Art. 8º, Inciso III.	6
Total de Fundos da Amostra				24

Fonte: Elaborada pelo Autor

No segmento de renda fixa, a Classe I da tabela tem como representante fundos de renda fixa e como *benchmark* o depósito interbancário (DI).

A Classe II tem como representante um fundo de investimento em cotas (FIC) atrelado ao índice “IMA B” da Anbima. A Classe III caracteriza-se pelos fundos de renda fixa referenciados Geral e séries “IMA-B, IRF-M e IDK” da Anbima

No segmento de renda variável, a Classe IV representa os fundos de ações classificados como referenciados ao índices do Ibovespa e, a Classe V, contempla os fundos de investimentos em ações.

Convém ser registrado que a amostra, que satisfaz integralmente às disposições da Res. CMN 3922/10 em termos de características dos ativos que podem integrar as carteiras dos fundos, contém somente 23 fundos.

O fato decorre de que ao se examinar as políticas de investimento para a constituição da amostra, verificou-se que um dos fundos pertencentes a Classe V, Caixa Institucional BDR Nível I FI Ações, em operação desde 24/06/13 possui BDR na composição da carteira de ações, título de renda variável que pode ser interpretado como investimento no exterior, para o qual não se identificou previsão normativa (autorização ou vedação) para ser adquirido pelos RPPS na Res. CMN 3922/10.

Diante da constatação, diligenciou-se sobre possíveis óbices (restrições legais) para o recebimento de recursos pelos RPPS, deparando-se, então, com uma Nota Técnica emitida pelo Ministério da Previdência Social, órgão fiscalizador das aplicações dos recursos dos RPPS, com parecer desfavorável à aplicação dos recursos nesse tipo de ativo datada de 01/09/14 (BRASIL, 2014).

Considerando o prazo de início de operação do fundo em tela estar dentro do período de abrangência do estudo e o regulamento declarar que o fundo está adequado às normas estabelecidas para os RPPS, optou-se por mantê-lo na amostra, sobretudo, para avaliar o efeito restritivo nas possíveis aplicações dos RPPS.

Dessa forma, decidiu-se por duas possibilidades para construção da fronteira eficiente e determinação da carteira ótima, quais sejam: uma carteira com 23 fundos, seguindo estritamente o definido na Res. CMN 3922/10, e, outra com 24 fundos, incorporando-se à carteira anterior o “Caixa Institucional BDR Nível I FI Ações”, para posterior cotejamento entre os resultados obtidos.

Na sequência, por meio de consulta ao sítio da CVM, Fundos de Investimentos, cotas diárias, foram coletadas as cotas diárias dos 24 fundos integrantes da amostra, a partir das quais, foram calculados os retornos semanais e os respectivos desvios padrão.

A Tabela 4.2 consolida a relação dos fundos de investimentos selecionados na amostra, por segmento classe, retornos semanais e respectivos desvios padrão.

**TABELA 2 – FUNDOS CAIXA, SEGMENTOS, CLASSES, RISCO E RETORNO**

<i>Segmento</i>	<i>Classe</i>	<i>Fundo</i>	<i>Retorno Médio</i>	<i>Desvio Padrão</i>
<b>Renda Fixa</b>	<b>I</b>	CAIXA BRASIL TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA LP	0,190499%	0,037719%
		CAIXA RS TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA LP	0,190483%	0,037020%
		CAIXA ALIANÇA TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA	0,190635%	0,036923%
		CAIXA BRASIL FI REFERENCIADO DI LP	0,194093%	0,031920%
		CAIXA BRASIL DISPONIBILIDADES FI RENDA FIXA	0,178537%	0,029698%
	<b>II</b>	CAIXA NOVO BRASIL IMA-B FIC RENDA FIXA LP	0,194978%	1,097399%
		CAIXA BRASIL IMA-B TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA	0,188235%	1,173863%
		CAIXA BRASIL IMA-GERAL TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA	0,183160%	0,578813%
		CAIXA BRASIL IMA-B 5 TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIX	0,201549%	0,397250%
		CAIXA BRASIL IRF-M 1 TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIX.	0,184329%	0,065292%
		CAIXA BRASIL IMA-B 5+ TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FI:	0,187936%	1,684076%
		CAIXA BRASIL IRF-M 1+ TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FI)	0,168655%	0,616373%
		CAIXA BRASIL IDKA IPCA 2A TÍTULOS PÚBLICOS FI REND	0,207240%	0,381586%
		CAIXA BRASIL IRF-M TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA I	0,172372%	0,416942%
<b>Renda Variável</b>	<b>IV</b>	CAIXA BRASIL IBOVESPA FI AÇÕES	0,082374%	2,883675%
		CAIXA BRASIL IBX 50 FI AÇÕES	0,118396%	2,791686%
		CAIXA IBOVESPA FI AÇÕES	0,094912%	3,018096%
		CAIXA BRASIL ETF IBOVESPA FI AÇÕES	0,157482%	3,002355%
	<b>V</b>	CAIXA VALOR DIVIDENDOS RPPS FIC AÇÕES	0,097190%	1,875572%
		CAIXA PETROBRAS FI AÇÕES	0,204015%	6,578196%
		CAIXA SUSTENTABILIDADE EMPRESARIAL ISE FI AÇÕES	0,109133%	2,246869%
		CAIXA CONSUMO FI AÇÕES	0,152696%	2,399446%
		CAIXA PETROBRAS PRÉ-SAL FI AÇÕES	0,054525%	6,453640%
		CAIXA INSTITUCIONAL BDR NÍVEL I FI AÇÕES	0,510133%	2,292880%

Fonte: Elaborada pelo autor

## 4.2 A FRONTEIRA EFICIENTE E A CARTEIRA ÓTIMA COM OS FUNDOS CAIXA

### 4.2.1 DEFINIÇÃO DAS RESTRIÇÕES PARA APLICAÇÃO DO MODELO NO SOLVER

Além das características intrínsecas dos ativos que compõem as carteiras de investimento dos fundos, há três aspectos fundamentais (restrições) a serem observados quando da aplicação dos RPPS em fundos de investimento: (i) o limite cumulativo do total de recursos do RPPS para aplicar em uma mesma classe de fundos; (ii) o limite de aplicação sobre o total do investimento do RPPS em um mesmo fundo e, (iii) o limite ou enquadramento da aplicação do RPPS em relação ao Patrimônio Líquido do fundo.

O limites cumulativos por classe estão dispostos por segmentos de renda fixa e variável, respectivamente nos artigos 7º e 8º da Res. 3922/10. O limite para aplicação em um mesmo fundo conforme o total de recursos dos RPPS é definido no artigo 13º, o qual determina que as aplicações em cotas de um mesmo fundo de investimento, fundo de investimento em cotas de fundos de investimento ou fundo de índice, a que se referem o art. 7º, incisos III e IV, e art. 8º, inciso I, não podem exceder a 20% (vinte por cento) das aplicações dos recursos do regime próprio de previdência social (BRASIL, 2010).

Já o enquadramento da aplicação ao patrimônio líquido de um fundo objeto de aplicação do RPPS consta do artigo 14º segundo o qual “o total das aplicações dos recursos do regime próprio de previdência social em um mesmo fundo de investimento deverá representar, no máximo, 25% (vinte e cinco por cento) do patrimônio líquido do fundo” (BRASIL, 2010, p. 7).

A fim de estabelecer o limite de aplicação sobre o total do investimento do RPPS em um mesmo fundo, conforme disposto no artigo 13º, calculou-se um “Valor Médio de Investimento”, (R\$ 85 Milhões) considerando o valor total de investimentos dos RPPS e a quantidade de RPPS, informados no Anuário Estatístico da Previdência Social 2013 (BRASIL, 2013).

Com vista em determinar o valor da aplicação respeitando o limite de 25% por patrimônio líquido do fundo na forma do artigo 14º, coletou-se o valor do patrimônio líquido de cada fundo no sitio da CVM na data de 01/07/2013, início da abrangência do estudo, sobre os quais foram calculados os valores para enquadramento legal.

Na sequência, para definição do limite percentual para aplicação em cada fundo, válido para aplicação no SOLVER, cotejou-se o valor calculado conforme o artigo 13º com o valor calculado conforme o artigo 14, considerando-se o menor valor para ser aplicado (dividido) sobre o “Valor Médio de Investimento” do RPPS.

Os valores dos Patrimônios Líquidos, dos enquadramentos dispostos na Res. CMN 3922/10 e as restrições para aplicação dos recursos estão consolidados no Apêndice C. As restrições finais, constando os limites por classe e por fundo para as otimizações do modelo estão sumarizadas na Tabela 3.

**TABELA 3 – LIMITES RESTRITIVOS POR CLASSE E POR FUNDO**

<i>Classe</i>	<i>Limite por Classe</i>	<i>Fundo</i>	<i>Limite por Fundo</i>
I	De 0,00% a 30,00%	CAIXA BRASIL TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA LP	De 0,00% a 20,00%
		CAIXA RS TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA LP	De 0,00% a 20,00%
		CAIXA ALIANÇA TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA	De 0,00% a 20,00%
		CAIXA BRASIL FI REFERENCIADO DI LP	De 0,00% a 20,00%
		CAIXA BRASIL DISPONIBILIDADES FI RENDA FIXA	De 0,00% a 11,04%
II	De 0,00% a 80,00%	CAIXA NOVO BRASIL IMA-B FIC RENDA FIXA LP	De 0,00% a 20,00%
III	De 0,00% a 100,00%	CAIXA BRASIL IMA-B TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA LP	De 0,00% a 100,00%
		CAIXA BRASIL IMA-GERAL TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA LP	De 0,00% a 100,00%
		CAIXA BRASIL IMA-B 5 TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA LP	De 0,00% a 100,00%
		CAIXA BRASIL IRF-M 1 TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA	De 0,00% a 100,00%
		CAIXA BRASIL IMA-B 5+ TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA LP	De 0,00% a 100,00%
		CAIXA BRASIL IRF-M 1+ TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA LP	De 0,00% a 31,95%
		CAIXA BRASIL IDKA IPCA 2A TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA LP	De 0,00% a 69,66%
IV	De 0,00% a 30,00%	CAIXA BRASIL IRF-M TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA LP	De 0,00% a 45,91%
		CAIXA BRASIL IBOVESPA FI AÇÕES	De 0,00% a 20,00%
		CAIXA BRASIL IBX 50 FI AÇÕES	De 0,00% a 20,00%
		CAIXA IBOVESPA FI AÇÕES	De 0,00% a 20,00%
V	De 0,00% a 15,00%	CAIXA BRASIL ETF IBOVESPA FI AÇÕES	De 0,00% a 09,98%
		CAIXA VALOR DIVIDENDOS RPPS FIC AÇÕES	De 0,00% a 15,00%
		CAIXA PETROBRAS FI AÇÕES	De 0,00% a 15,00%
		CAIXA SUSTENTABILIDADE EMPRESARIAL ISE FI AÇÕES	De 0,00% a 02,30%
		CAIXA CONSUMO FI AÇÕES	De 0,00% a 11,91%
		CAIXA PETROBRAS PRÉ-SAL FI AÇÕES	De 0,00% a 07,12%
		CAIXA INSTITUCIONAL BDR NÍVEL I FI AÇÕES	De 0,00% a 15,00%

Fonte: Elaborado pelo autor

#### 4.2.2 CONSTRUÇÃO DAS FRONTEIRAS EFICIENTES COM OS FUNDOS DA AMOSTRA

A fim de construir as fronteiras eficientes compostas pelos fundos elegíveis da CAIXA, estabeleceu-se níveis de retorno para a obtenção do mínimo risco, que segundo Securato (2007) constitui um método trivial quando conhecidos os retornos médios, os respectivos desvios padrão e as correlações de uma amostra de ativos.

Utilizou-se da taxa geométrica da caderneta de poupança equivalente a cada período de observação (1/105 semanas) como próxis para taxa do ativo livre de risco, anteriormente definida nos procedimentos operacionais do capítulo 3.

Estabelecidas as restrições para a alocação nos fundos, definiu-se o desvio padrão como objetivo de “minimização” para soluções compreendendo uma faixa de retornos entre 0,180000% a 0,194500% por semana (equivalentes a 9,80%.a.a e 10,63% a.a., considerando-se 52 semanas no ano), calibrados homogeneamente em

milésimos percentuais para resolução do SOLVER. Por intermédio de um algoritmo de programação, foi possível gerar de forma automatizada os parâmetros para cada nível de retorno, tanto para a carteira com 23 como para a carteira com 24 fundos.

#### 4.2.3 ANÁLISE DA CARTEIRA COMPOSTA POR 23 FUNDOS

O resultado das interações realizadas para a carteira com 23 fundos, sob as disposições da Res CMN 3.922/10, em termos de tipos de fundos e limites cumulativos por classe e por fundos, estão consolidados na Tabela 4

**TABELA 4 – INTERAÇÕES PARA FRONTEIRA EFICIENTE COM 23 FUNDOS**

<i>Índice de Sharpe</i>	<i>Retorno Alvo Semanal</i>	<i>Desvio Padrão</i>	<i>Variância</i>
0,5037424	0,180000%	0,10018%	0,0001003651%
0,5553785	0,180500%	0,09177%	0,0000842141%
0,6136126	0,181000%	0,08387%	0,0000703484%
0,6779026	0,181500%	0,07666%	0,0000587632%
0,7463682	0,182000%	0,07030%	0,0000494141%
0,8144731	0,182500%	0,06503%	0,0000422905%
0,8745376	0,183000%	0,06114%	0,0000373766%
0,9322383	0,183500%	0,05789%	0,0000335111%
0,9946986	0,184000%	0,05476%	0,0000299826%
1,0568362	0,184500%	0,05201%	0,0000270504%
1,0951550	0,185000%	0,05065%	0,0000256510%
1,1245769	0,185500%	0,04977%	0,0000247669%
1,1274385	0,186000%	0,05008%	0,0000250836%
1,1275230	0,186500%	0,05052%	0,0000255260%
1,1095362	0,187000%	0,05179%	0,0000268250%
1,0303541	0,187500%	0,05626%	0,0000316501%
0,9538896	0,188000%	0,06129%	0,0000375675%
0,8831739	0,188500%	0,06677%	0,0000445772%
0,8193133	0,189000%	0,07258%	0,0000526792%
0,7623484	0,189500%	0,07866%	0,0000618735%
0,7118087	0,190000%	0,08495%	0,0000721601%
0,6670271	0,190500%	0,09140%	0,0000835391%
0,6273018	0,191000%	0,09798%	0,0000960104%
0,5919709	0,191500%	0,10468%	0,0001095740%
0,5604428	0,192000%	0,11146%	0,0001242299%
0,5322023	0,192500%	0,11831%	0,0001399781%
0,5068073	0,193000%	0,12523%	0,0001568187%
0,4838817	0,193500%	0,13219%	0,0001747517%
0,4631062	0,194000%	0,13920%	0,0001937767%
0,4442089	0,194500%	0,14625%	0,0002138942%

Fonte: Elaborada pelo autor

Do total de interações processadas pelo Solver para os cenários de retornos definidos, dois conjuntos específicos contribuem para a solução do problema de pesquisa, consignados na Tabela 5.

**TABELA 5 – CARTEIRAS DE MÍNIMA VARIÂNCIA E ÓTIMA CONFORME RES. 3922/10**

<i>Carteiras</i>	<i>Índice de Sharpe</i>	<i>Retorno Semanal</i>	<i>Desvio Padrão</i>	<i>Variância</i>
<i>Mínima Variância</i>	1,124577	0,18550%	0,04977%	0,00002477%
<i>Ótima</i>	1,127523	0,18650%	0,05052%	0,00002553%

Elaborada pelo Autor

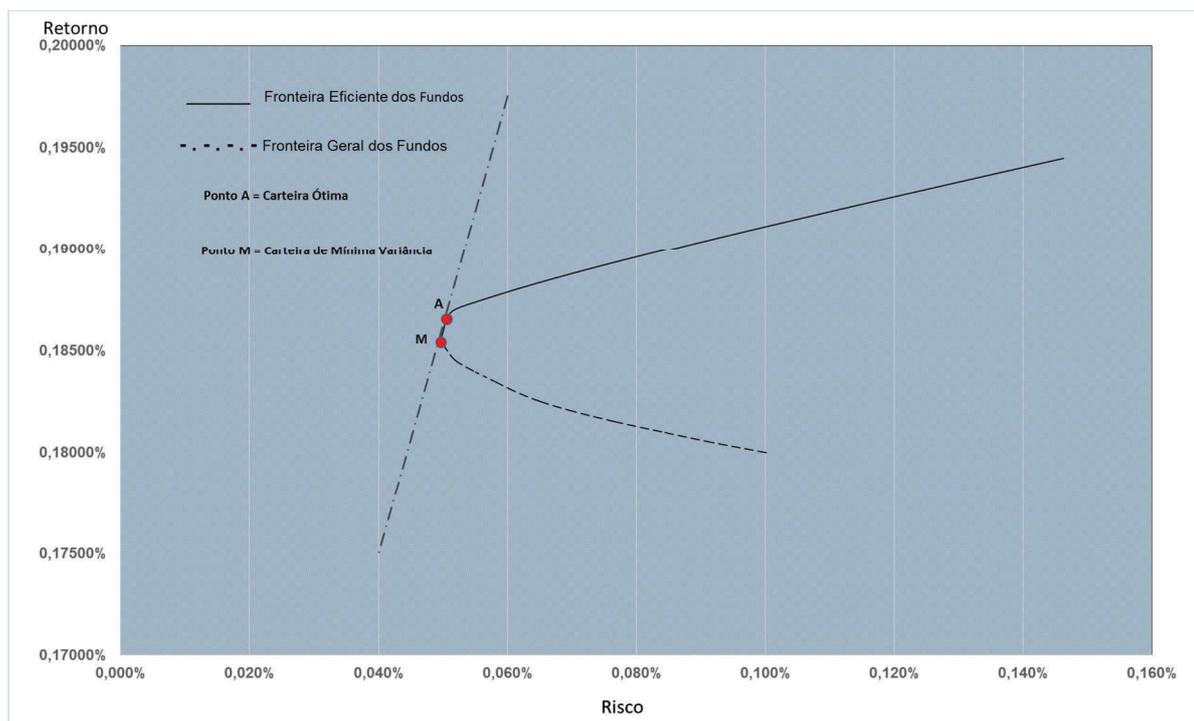
O primeiro conjunto da Tabela 5 corresponde à carteira de mínima variância ou de menor risco para os níveis de retornos selecionados dentre as diversas possibilidades de formação de carteiras consideradas eficientes contendo os fundos da amostra determinadas sob as restrições legais.

Já, o segundo, refere-se à carteira ótima, a qual foi determinada mediante a maximização do Índice de Sharpe dentre as interações realizadas pelo SOLVER por mínimo retorno e que algebricamente pode ser representada pela equação de reta de risco-retorno:  $R_{(p)} = 1,1275_{(\sigma)} + 0,0013$ , de acordo com os parâmetros deste estudo.

A carteira ótima, obtida por meio do máximo coeficiente angular, corresponde ao ponto de tangência entre a reta de risco retorno formada por ativos de riscos e ativos livres de risco com a fronteira eficiente dos ativos de riscos, representada no estudo pelos fundos da amostra.

No plano de risco e retorno, a fronteira eficiente e a fronteira geral de investimento para o portfólio formado com os 23 fundos da Caixa sob as restrições legais, pode ser representada pelo Gráfico 2.

## GRÁFICO 2 – FRONTEIRAS EFICIENTE E GERAL COM 23 FUNDOS



Fonte: Elaborado pelo autor

A composição da carteira mínima variância, considerando apenas ativos com risco e de acordo com as disposições da Resolução CMN 3.922/10, segue demonstrada na Tabela 6.

**TABELA 6 – COMPOSIÇÃO DA CARTEIRA DE MÍNIMA VARIÂNCIA CONF. RES. 3922/10**

Segmento	Classe	Fundo	Composição
Renda Fixa	I	CAIXA BRASIL FI REFERENCIADO DI LP	19,13%
		CAIXA BRASIL DISPONIBILIDADES FI RENDA FIXA	10,87%
	III	CAIXA BRASIL IRF-M 1 TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FI	69,83%
Renda Variável	V	CAIXA SUSTENTABILIDADE EMPRESARIAL ISE FI AÇÕES	0,03%
		CAIXA CONSUMO FI AÇÕES	0,14%

Fonte: Elaborado pelo autor

Verifica-se que a composição da carteira de mínima variância, obtida de acordo com as restrições impostas pela Res CVM 3.922/10 possui a quase totalidade de fundos pertencendo ao segmento de renda fixa (classes “I” e “III”). Tal carteira é composta por cinco fundos: três do segmento de renda fixa totalizando 99,83% e dois fundos pertencentes ao segmento de renda variável no total de 0,17%.

Os fundos de renda fixa representantes das classes “I” e “III” estão categorizados, nesta ordem, como de renda fixa ou referenciados em indicadores de desempenho de renda fixa, e, de renda fixa referenciados a Índice de Mercado Anbima (IMA), respectivamente. No segmento de renda variável, os fundos pertencentes à classe “V”, representam os fundos de investimento em ações referenciadas em índices classificados no Ibovespa.

A classe “II”, composta por fundos de investimento em cotas de fundos referenciados em índices de renda fixa e, a classe “IV”, composta por fundos referenciados em ações, não integraram a carteira de mínima variância.

Oportuno atentar que na hipótese de utilização de ativos de risco conjugados com ativos sem risco seria possível reduzir ainda mais o risco para o mesmo nível de retorno da carteira de mínima variância aqui apresentada.

A composição da carteira ótima considerando apenas ativos com risco sob as disposições da Resolução CMN 3.922/10, está demonstrada na Tabela 7.

**TABELA 7 – COMPOSIÇÃO DA CARTEIRA ÓTIMA CONF. RES CMN 3922/10**

<i>Segmento</i>	<i>Classe</i>	<i>Fundo</i>	<i>Composição</i>
<b>Renda Fixa</b>	I	CAIXA BRASIL TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA LP	7,06%
		CAIXA BRASIL FI REFERENCIADO DI LP	20,00%
		CAIXA BRASIL DISPONIBILIDADES FI RENDA FIXA	2,94%
	III	CAIXA BRASIL IRF-M 1 TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA LP	69,85%
<b>Renda Variável</b>	V	CAIXA CONSUMO FI AÇÕES	0,15%
Total			100,00%

Fonte: Elaborado pelo autor

De maneira semelhante à carteira de mínima variância, a composição da carteira ótima na forma prescrita pela Res CVM 3.922/10, possui a quase totalidade de fundos no segmento de renda fixa, correspondentes às classes “I” e “III”. A participação está contemplada por cinco fundos: quatro do segmento de renda fixa, perfazendo 99,85% do total, e o percentual restante de 0,15% indicado para alocação em um único fundo da classe “V” do segmento de renda variável.

Verifica-se que na classe “I”, três fundos encontram-se representados comparativamente à carteira de mínima variância que possui apenas dois, permanecendo entretanto a manutenção do percentual máximo permitido para aplicação dos recursos (30%) nessa classe.

O fundo e o respectivo percentual indicado para alocação na classe “III” permanecem também praticamente inalterados em relação à carteira de mínima variância, correspondendo “Caixa Brasil IRF-M 1 Títulos Públicos FI Renda Fixa LP” com 69,85%. As classes “II” e “IV” não estão representadas na composição da carteira ótima.

A opção de investimento pela carteira ótima implica incrementos percentuais no risco e no retorno respectivamente de 1,5208% e 0,5391%% em relação à opção de investimento na carteira de mínima variância. Já a razão “recompensa-variabilidade” mensurada pelo Índice de Sharpe passou de 1,1246 para 1,1275.

#### 4.2.4 ANÁLISE DA CARTEIRA COMPOSTA POR 24 FUNDOS

De maneira análoga à adotada no estudo da carteira com 23 fundos, procedeu-se à determinação da carteira de mínima variância e a carteira ótima, ora incluindo-se o Fundo Caixa Institucional BDR Nível I FI Ações, pertencente à classe “V” da amostra, considerado apto no estudo para recebimento das aplicações dos RPPS. O resultado das interações processadas possibilitou a determinação da carteira de mínima variância e carteira ótima com os 24 fundos da amostra, cujos parâmetros, para risco e retorno e Índice de Sharpe são apresentados na Tabela 8.

**TABELA 8 – CARTEIRAS DE MÍNIMA VARIÂNCIA E ÓTIMA COM 24 FUNDOS**

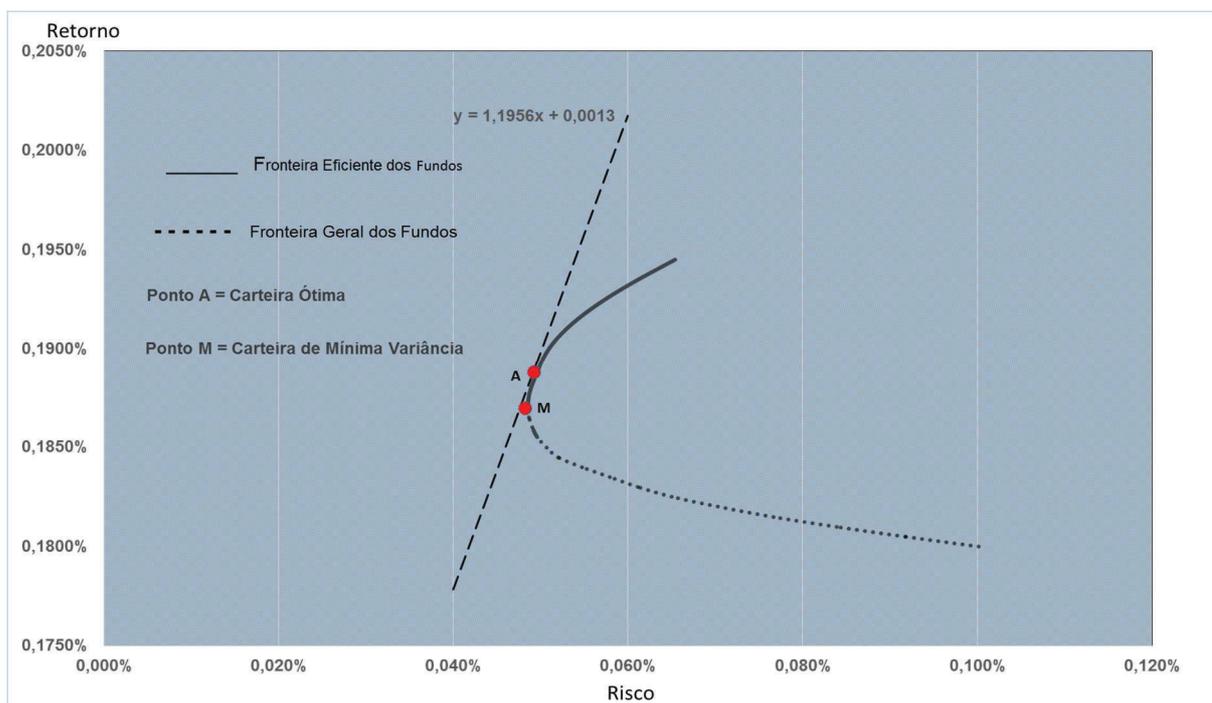
<i>Carteiras</i>	<i>Índice de Sharpe</i>	<i>Retorno Semanal</i>	<i>Desvio Padrão</i>	<i>Variância</i>
<i>Mínima Variância</i>	1,183521	0,1870%	0,04856%	0,000023576%
<i>Ótima</i>	1,195625	0,1880%	0,04890%	0,000023912%

Fonte: Elaborado pelo autor

Os valores apresentados demonstram que na hipótese de ser possível a utilização da carteira com 24 fundos, a opção de um investidor pela carteira ótima implica incrementos percentuais no risco e no retorno de, respectivamente, 0,7101% e 0,5348%, em relação à opção de investimento na carteira de mínimo risco.

O Índice de Sharpe eleva-se de 1,1835 para 1,1956, de tal forma que a carteira ótima obtida ora pode ser expressa pela equação da reta de risco e retorno:  $R(p) = 1,1956 (\sigma) + 0,0013$ . No plano de risco e retorno, as fronteiras eficiente e fronteira geral de investimento apresentam-se dispostas no Gráfico 3.

### GRÁFICO 3 – FRONTEIRAS EFICIENTE E GERAL COM 24 FUNDOS



Fonte: Elaborado pelo Autor

Ao se cotejar os parâmetros de risco e retorno da carteira ótima com os 24 fundos em relação a carteira ótima com 23 fundos, verifica-se que houve uma redução no risco da carteira de 3,2127% e uma elevação no retorno de 0,8043% para a opção da carteira com 24 fundos, aderente, pois, à busca pela melhor relação de risco e retorno por meio do modelo de média variância.

A comparação realizada constitui evidência de efeitos desfavoráveis à obtenção de uma carteira com melhor relação de risco e retorno quando constituída a restrição para aplicar os recursos ao tipo de fundo da classe “V”.

Para fins de comparação, a Tabela 9 apresenta os percentuais dos fundos que integram as carteiras ótimas com 23 e 24 fundos.

**TABELA 9 – COMPOSIÇÃO DAS CARTEIRAS ÓTIMAS PARA 23 E 24 FUNDOS C/ APLICAÇÃO DOS LIMITES CUMULATIVOS POR CLASSE E POR FUNDO**

<i>Segmento</i>	<i>Classe</i>	<i>Fundo</i>	<i>Composição com 23 fundos</i>	<i>Composição com 24 fundos</i>
Renda fixa	I	CAIXA BRASIL TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA LP	7,06%	0,00%
		CAIXA BRASIL FI REFERENCIADO DI LP	20,00%	20,00%
		CAIXA BRASIL DISPONIBILIDADES FI RENDA FIXA	2,94%	10,00%
	III	CAIXA BRASIL IRF-M 1 TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA LP	69,85%	69,14%
Renda Variável	V	CAIXA CONSUMO FI AÇÕES	0,15%	0,14%
		CAIXA INSTITUCIONAL BDR NÍVEL I FI AÇÕES	0,00%	0,72%
Total			100,00%	100,00%

Fonte: Elaborado pelo Autor

Observa-se que ambas as carteiras possuem cinco fundos com alguma representação na carteira ótima: na carteira com 23 fundos há quatro de renda fixa e apenas 01 de renda variável, enquanto a carteira com 24 fundos possui três fundos frente de renda fixa frente a dois de renda variável.

Em termos de representação por segmentos houve pouquíssima alteração nos percentuais, permanecendo a alocação indicada em renda fixa em nível extremado com 99% em fundos das classes “I” e “III” configurando-se na principal característica das carteiras.

Percebe-se, também, na carteira com 24 fundos uma elevação ainda que discretíssima no percentual do segmento de renda variável de 0,15% para 0,86%.

#### 4.2.5 EFEITOS DA APLICAÇÃO DOS LIMITES POR CLASSES E POR FUNDOS

Em caráter complementar, o estudo procurou investigar os efeitos produzidos pela aplicação dos limites cumulativos definidos para as classes de ativos e por fundos na forma da Tabela 4.1, em consonância com o disposto na Res. CMN 3.922/10 na obtenção da carteira com melhor relação de risco e retorno.

Estabeleceu-se, então, como padrão alternativo, realizar otimizações por mínimo risco das carteiras com 23 e 24 sem a aplicação dos limites cumulativos por classes de fundos, mantendo-se apenas as restrições de natureza metodológica ou de limitação para alavancagem, de forma análoga para faixa de retornos e quantidade

de interações realizadas para as carteira ótimas obtidas anteriormente com os limites legalmente aplicáveis. Os resultados para a carteira ótimas “livres” dos limites por classe e por fundo, para os 23 e 24 fundos estão dispostos na Tabela 10, juntamente com os das carteiras ótimas com os limites definidos na Res. CMN 3922/10.

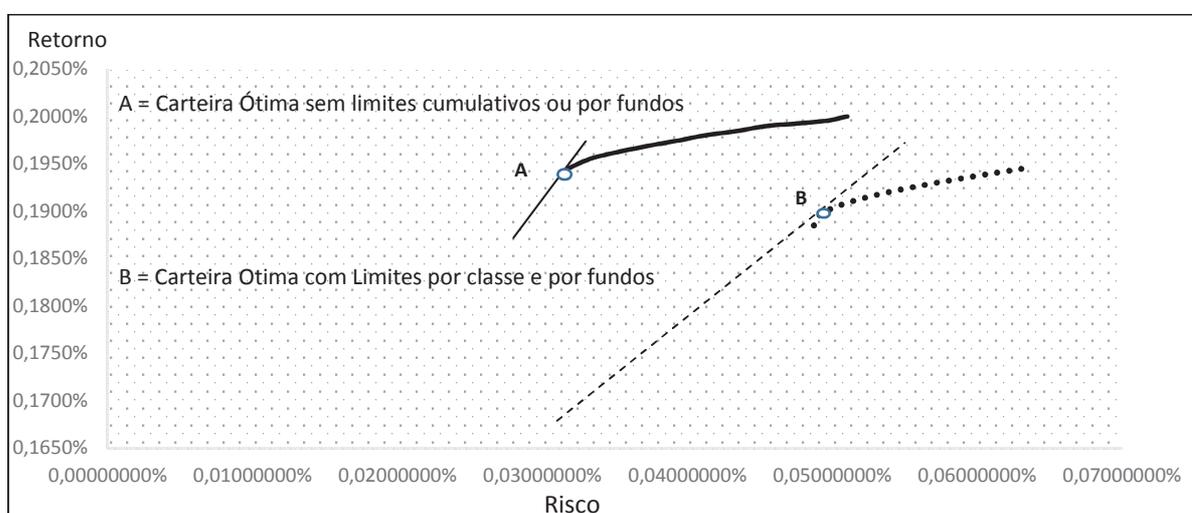
**TABELA 10 – CARTEIRAS ÓTIMAS “COM” E “SEM” APLICAÇÃO DOS LIMITES POR CLASSES E POR FUNDOS**

Qt. de fundos	Carteiras Ótimas	Índice de Sharpe	Retorno Semanal	Desvio Padrão
23	Com limites de Classe e por fundo Res 3922/10	1,127523	0,18650%	0,05052%
	Sem limites por Classe e por fundo Res 3922/10	<b>2,043231</b>	<b>0,19390%</b>	<b>0,03150%</b>
24	Com limites de Classe e por fundo Res 3922/10	1,195625	0,18800%	0,04890%
	Sem limites por Classe e por fundo Res 3922/10	<b>2,045887</b>	<b>0,19420%</b>	<b>0,03161%</b>

Fonte: Elaborado pelo Autor

Os resultados das interações processadas com as carteiras com 23 e 24 fundos, livres da imposição dos limites cumulativos por classe e por fundos definidos na Res. CMN 3922/10, constituem, minimamente, evidência de uma carteira que, dentre todas as possíveis para cada cenário considerado, possui uma melhor relação de risco e retorno, segundo os pressupostos do modelo de média variância. Para efeito ilustrativo, o Gráfico 4 esboça as fronteiras eficientes de fundos e fronteira geral de investimentos que determinaram as carteiras ótimas com e sem a aplicação dos limites cumulativos por classes para a carteira com 24 fundos.

**GRÁFICO 4 – CARTEIRAS ÓTIMAS “COM” E “SEM” APLICAÇÃO DOS LIMITES POR CLASSES E POR FUNDOS COM 24 FUNDOS**



Fonte: Elaborado pelo Autor

O objetivo precípua da Res. CMN 3922/10 visou estabelecer condições de segurança, rentabilidade, solvência, liquidez e transparência nas aplicações dos recursos dos RPPS. Entretanto, o presente estudo demonstrou que os limites cumulativos por classe e por fundos legalmente definidos estão amparados em um modelo lógico dissociado da Moderna Teoria das Carteiras, quando o alvo é determinar uma carteira com a melhor relação risco e retorno, situação que pode ser potencialmente acentuada em face do passado recente marcado por altas taxas de juros e investimentos de renda variável que apresentam grande volatilidade e retornos não proporcionalmente favoráveis.

A constatação corrobora o trabalho de Bertucci, Souza e Félix (2004), no tocante a uma limitação na eficiência da gestão para o RPPS examinados à época, por conta da legislação que embasou o estudo, cujos resultados produzidos com a otimização sob as restrições vigentes à época demonstraram-se aquém daqueles obtidos com a regulamentação existente direcionada aos fundos privados de pensão e com uma carteira livre, compreendida como aquela que não se submete às restrições legais.

A Tabela 11 demonstra a composição das carteiras de mínima variância e carteiras ótimas “livres” da aplicação dos limites cumulativos por classe e por fundo definidos na norma, em que se verifica que as últimas apresentam como característica principal a predominância em renda fixa e concentração massiva entre 97,7% a 99,8% em único fundo da classe “I”, de renda fixa com indicadores atrelado ao DI.

**TABELA 11– COMPOSIÇÃO DAS CARTEIRAS ÓTIMAS PARA 23 E 24 FUNDOS S/ APLICAÇÃO DOS LIMITES POR CLASSE E POR FUNDO**

Segmento	Classe	Fundo	Carteira com 23 Fundos		Carteira com 24 Fundos	
			Mínima Variância	ÓTIMA	Mínima Variância	ÓTIMA
Renda Fixa	I	CAIXA RS TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA LP	0,00%	0,66%	0,00%	0,00%
		CAIXA ALIANÇA TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA	0,00%	1,41%	0,00%	0,00%
		CAIXA BRASIL FI REFERENCIADO DI LP	0,00%	97,71%	1,38%	99,78%
		CAIXA BRASIL DISPONIBILIDADES FI RENDA FIXA	98,55%	0,00%	94,53%	0,00%
	III	CAIXA BRASIL IRF-M 1 TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA LP	1,29%	0,08%	3,93%	0,00%
Renda Variável	V	CAIXA SUSTENTABILIDADE EMPRESARIAL ISE FI AÇÕES	0,16%	0,12%	0,13%	0,08%
		CAIXA CONSUMO FI AÇÕES	0,00%	0,04%	0,00%	0,07%
		CAIXA INSTITUCIONAL BDR NÍVEL I FI AÇÕES	—	—	0,03%	0,07%
Total			100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

Fonte: Elaborada pelo Autor

### 4.3 ÍNDICES DE SHARPE DOS FUNDOS DA AMOSTRA

A fim de cumprir o objetivo específico de complementar o estudo por meio da hierarquização dos fundos de investimentos integrantes da amostra procedeu-se ao cálculo do Índice de Sharpe de cada fundo da amostra, servindo-se da taxa da caderneta de poupança ao período como ativo livre de risco.

Foram calculados os Índices de Sharpe para os 24 fundos integrantes da amostra, dentre os quais, 18 obtiveram resultados positivos, ou seja, apresentam retornos médios individuais superiores ao retorno do ativo sem risco. Os fundos com “índices” negativos foram desconsiderados para efeito de ordenação, haja vista as considerações de Varga (2001) de que resultados negativos para o Índice de Sharpe não fazem sentido, visto que sempre restaria, particularmente aos investidores, a opção de investir alternativamente na taxa livre de risco.

O ordenamento dos fundos com resultados positivos acrescido dos IS relativos às carteiras de mínima variância e das carteiras ótima com 23 e 24 fundos consta Tabela 12.

**TABELA 12 – ÍNDICES DE SHARPE DOS FUNDOS INDIVIDUAIS E DAS CARTEIRAS ÓTIMAS E DE MÍNIMA A VARIÂNCIA COM 23 E 24 FUNDOS**

Posição	Classe	Fundo	Índice de Sharpe
1a.	I	CAIXA BRASIL FI REFERENCIADO DI LP	2,022528
2a.	I	CAIXA ALIANÇA TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA	1,654825
3a.	I	CAIXA BRASIL DISPONIBILIDADES FI RENDA FIXA	1,650047
4a.	I	CAIXA RS TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA LP	1,646383
5a.	I	CAIXA BRASIL TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA LP	1,616297
6a.		<b>CARTEIRA ÓTIMA COM 24 FUNDOS</b>	<b>1,195625</b>
7a.		<b>CARTEIRA DE MÍNIMA VARIÂNCIA COM 24 FUNDOS</b>	<b>1,129733</b>
8a.		<b>CARTEIRA ÓTIMA COM 23 FUNDOS</b>	<b>1,127523</b>
9a.		<b>CARTEIRA DE MÍNIMA VARIÂNCIA COM 23 FUNDOS</b>	<b>1,124576</b>
10a.	III	CAIXA BRASIL IRF-M 1 TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA LP	0,839231
11a.	III	CAIXA BRASIL IDKA IPCA 2A TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA LP	0,203640
12a.	III	CAIXA BRASIL IMA-B 5 TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA LP	0,181284
13a.	V	CAIXA INSTITUCIONAL BDR NÍVEL I FIAÇÕES	0,165992
14a.	III	CAIXA BRASIL IRF-M TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA LP	0,102744
15a.	III	CAIXA BRASIL IMA-GERAL TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA LP	0,092648
16a.	III	CAIXA BRASIL IRF-M 1+ TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA LP	0,063470
17a.	II	CAIXA NOVO BRASIL IMA-B FIC RENDA FIXA LP	0,059636
18a.	III	CAIXA BRASIL IMA-B TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA LP	0,050007
19a.	III	CAIXA BRASIL IMA-B 5+ TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA LP	0,034679
20a.	V	CAIXA PETROBRAS FIAÇÕES	0,011322
21a.	V	<b>CAIXA CONSUMO FIAÇÕES</b>	<b>0,009653</b>
22a.	IV	CAIXA BRASIL ETF IBOVESPA FIAÇÕES	0,009309

Elaborado pelo autor

O fundo com melhor performance de risco retorno mensurada pelo índice de Sharpe é Caixa Brasil FI Referenciado DI LP, que tal como os quatro primeiros fundos melhores ranqueados, pertence ao segmento de renda fixa e que possuem os ativos atrelados ao desempenho dos títulos públicos federais e a títulos privados referenciados pelo depósito interbancário (DI).

Observa-se que os fundos relacionados à carteira de mínimo risco e à carteira ótima não acompanham o mesmo modelo lógico para o cálculo dos Índices de Sharpe calculados individualmente.

A exemplo das ponderações de Fonseca et al. (2007) para um investidor com uma carteira de investimentos em fundos, a adição de um novo fundo à sua carteira de investimentos, a seleção com base no IS torna-se inócua.

Isto ocorre em razão de que a correlação entre o novo fundo e os já existentes na carteira não pode ser capturada pelo IS, mas, sim, pela lógica da covariância com os demais fundos pertencentes a essas carteiras (23 ou 24 fundos).

Um exemplo nítido é o Fundo Caixa Consumo FI Ações ocupante da penúltima posição dos IS, porém componente das carteiras ótimas com 23 e 24 fundos segundos os limites incidentes por classe da Res. CMN 3922/10.

Ademais, nota-se que a carteira ótima tem IS inferior comparativamente aos de alguns fundos hierarquizados individualmente, fato que deve ser atribuído às restrições de limites por classe de fundo, a que foram submetidos os fundos no procedimento de otimização.

Desta forma, ao aplicar o modelo às carteiras livres dos limites cumulativos por classe, as carteiras ótimas com 23 e 24 fundos teriam IS, respectivamente, de 2,043069 e 2,0424448, superiores, portanto, aos IS de qualquer fundo da amostra, de acordo com a composição apresentada na tabela 12.

#### 4.4 RETORNOS OBTIDOS EM RELAÇÃO À META ATUARIAL

Considerando as opções definidas para análise do problema de pesquisa de investir, na carteira ótima com os fundos da amostra, ou, no fundo que individualmente possua a melhor relação de risco retorno, calculou-se o percentual de atingimento da meta atuarial a partir do retorno esperado para as carteiras ótimas sob restrições com 23 e 24 fundos, para as carteira sem restrições com 23 e 24 fundos e para o fundo com maior IS.

Esses percentuais foram cotejados com a variação do INPC+6% a.a. e IPCA+6% a.a. no período acumulado, balizadores para a meta atuarial de um RPPS, cujos resultados estão sumarizados na Tabela 13.

**TABELA 13 – ATINGIMENTO DA META ATUARIAL JULHO/13 A JUNHO/15**

<i>Indicadores</i>		<i>INPC + 6% a.a.</i>	<i>IPCA + 6% a.a</i>
Varição do INPC ou IPCA + 6% a.a. no período de JUL 13 a JUN 15	A	30,26%	30,34%
Retorno histórico da Carteira Ótima Com Restrições - 23 fundos	B	21,61%	
Percentual de atingimento sobre indicador da meta do período	B/A	71,41%	71,23%
Retorno histórico da Carteira Ótima Com Restrições - 24 fundos	C	21,80%	
Percentual de atingimento sobre indicador da meta do período	C/A	72,04%	71,85%
Retorno histórico da Carteira Ótima Sem Restrições - 23 fundos	D	22,56%	
Percentual de atingimento sobre indicador da meta do período	D/A	74,55%	74,36%
Retorno histórico da Carteira Ótima Sem Restrições - 24 fundos	E	22,59%	
Percentual de atingimento sobre indicador da meta do período	E/A	74,65%	74,46%
Retorno histórico obtido com fundo de maior IS	F	22,58%	
Percentual de atingimento sobre indicador da meta do período	F/A	74,62%	74,42%

Fonte: Elaborado pelo autor

Consideradas as restrições de limites a carteira ótima com 23 fundos atingiu percentuais para ambos indicadores em torno de 71% ao passo que a carteira com 24 fundos esteve próximo a 72%. O retorno das carteiras sem restrições de limites com 23 e 24 alcançaram percentuais bastante próximos entre si, mantendo-se no patamar entre 74,65% e 74,36% semelhante ao fundo com maior IS que resultou em percentuais de 74,62 e 74,42% em relação a variações dos indicadores calculados (INPC e IPCA + 6% a.a.).

Em caráter complementar visando verificar a estabilidade (persistência), crescimento (melhoria) ou declínio das performances das carteiras otimizadas e do fundo de maior IS na amostra para o atingimento da meta atuarial em um período, subsequente ao da abrangência do estudo, calculou-se as variações dos indicadores no período entre 30/06/15 a 31/12/15, ora utilizando o retorno publicado para os fundos no período, cujos resultados alcançados estão dispostos na Tabela 14

**TABELA 14 - ATINGIMENTO DA META ATUARIAL ENTRE JUL/15 E DEZ/15**

<i>Indicadores</i>		<i>INPC + 6% a.a.</i>	<i>IPCA + 6% a.a</i>
Variação do INPC ou IPCA + 6% a.a. no período de JUL 15 a DEZ 15	A	7,32%	7,27%
Retorno obtido pela Carteira Ótima Com Restrições - 23 fundos	B		6,64%
Percentual de atingimento sobre indicador da meta do período	B/A	90,62%	91,27%
Retorno obtido pela Carteira Ótima Com Restrições - 24 fundos	C		6,87%
Percentual de atingimento sobre indicador da meta do período	C/A	93,81%	94,48%
Retorno obtido pela Carteira Ótima Sem Restrições - 23 fundos	D		6,76%
Percentual de atingimento sobre indicador da meta do período	D/A	92,32%	92,98%
Retorno obtido pela Carteira Ótima Sem Restrições - 24 fundos	E		6,78%
Percentual de atingimento sobre indicador da meta do período	E/A	92,60%	93,26%
Retorno obtido com fundo de maior IS	F		6,95%
Percentual de atingimento sobre indicador da meta do período	F/A	94,92%	95,60%

Fonte: Elaborado pelo autor

Observa-se que proporcionalmente houve uma elevação significativa nos percentuais alcançados no último semestre de 2015, com os retornos reais coletados no sitio da CVM, comparativamente ao período de dois anos analisados, por todas as carteiras otimizadas e fundo de melhor IS.

Entretanto, os percentuais atingidos pelas carteiras ótimas e pelo fundo de melhor IS demonstram no período de abrangência do estudo e no período adicional uma relativa ineficiência para o atingimento da meta atuarial estabelecida, quando considerada a melhor relação de risco e retorno.

O fato é que para alcançar 100% da meta atuarial, mediante a utilização de da carteira de fundos da amostra otimizada no período do estudo, um RPPS estaria obrigado a assumir um maior percentual de risco.

Considerando-se o IPCA+6% a.a., o retorno médio calculado para alcançar 100% da meta atuarial no período é 0,252600% semanal, valor superior a qualquer retorno médio individual para a carteira com 23 fundos.

Dessa forma, para identificar a carteira que pudesse “entregar” um retorno de 100% da meta atuarial, realizou-se nova interação somente com a carteira de 24 fundos, a partir de um valor máximo obtido de retorno semanal de 0,251801%, por meio do qual seriam alcançados 99,97% do INPC+6% a.a. e 99,91% do IPCA+6% a.a. As variáveis de risco e retorno resultantes de tal interação, por meio da qual é conseguido, praticamente, 100% da meta atuarial para ambos os indicadores de meta atuarial estão na Tabela 15, juntamente com as apresentadas pela carteira ótima com 24 fundos.

**TABELA 15 – CARTEIRA ÓTIMA C/ 24 FUNDOS X CARTEIRA 100% DA META ATUARIAL**

<i>Carteiras com 24 fundos e limites p/classe e por fundo</i>	<i>Índice de Sharpe</i>	<i>Retorno Semanal</i>	<i>Desvio Padrão</i>	<i>Variância</i>
Ótima	1,195625	0,188000%	0,048900%	0,00002391%
100% do IPCA+6% a.a.	0,298499	0,251801%	0,409606%	0,00167777%

Fonte: Elaborado pelo autor

Os percentuais para risco e retorno na tabela 4.15 demonstram que uma elevação em torno de 35% no retorno médio semanal para atingir a meta atuarial no período, implicou aumentar 8,4 vezes, aproximadamente, o valor do desvio padrão da carteira resultante que atingiria a meta atuarial na abrangência do estudo, a qual possui os fundos da Tabela 16.

**TABELA 16 – COMPOSIÇÃO DA CARTEIRA COM 100% DA META ATUARIAL**

<i>Segmento</i>	<i>Classe</i>	<i>Fundo</i>	<i>Composição</i>
Renda Fixa	III	CAIXA BRASIL IMA-B 5 TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA LP	15,34%
		CAIXA BRASIL IDKA IPCA 2A TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA LP	69,66%
Renda Variável	V	CAIXA INSTITUCIONAL BDR NÍVEL I FI AÇÕES	15,00%
Total			100,00%

Fonte: Elaborado pelo autor

Verifica-se que os percentuais de alocação nos fundos recomendados pelo modelo de média variância, em estrita observância às disposições da Res. CMN 3922/10, estão distribuídos entre três fundos de investimentos. O segmento de renda fixa foi representado por dois fundos pertencentes à classe “III”, os quais totalizam 85%, e os 15% para alocação no segmento de renda variável estão direcionados para o fundo Caixa Institucional BDR Nível I FI Ações, representante da classe “V”.

Oportuno ressaltar que os dois fundos da amostra com os maiores retornos individuais, Caixa Institucional BDR Nível I FI Ações e Caixa Brasil IDKA IPCA 2A Títulos Públicos FI Renda Fixa LP, possuíram percentuais para alocação máximo na carteira de acordo com o permitido na forma da Tabela 3 (15,00% e 69,66%, respectivamente).

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O problema de pesquisa deste trabalho é determinar qual o fundo de investimento ou o conjunto de fundos (carteira ótima), dentre aqueles administrados pela Caixa, oferece a melhor relação risco e retorno para alocação dos recursos dos Regimes Próprios de Previdência Social em consonância com a regulamentação vigente.

Considerou-se o período de 1º de Julho de 2013 a 30 de Junho de 2015. Estudou-se duas amostras a partir dos fundos com retornos médios positivos e em atividade em todo o período de análise: (i) uma amostra com 23 fundos e (ii) outra com 24 fundos, por adição à amostra de 23 fundos de um fundo, que embora cumpra com as exigências legais relativas aos RPPS, possui, por parte do órgão fiscalizador orientação técnica contrária para receber aplicações de recursos. A técnica utilizada para a obtenção da carteira ótima que otimize a relação risco e retorno contemplou o modelo de média variância de Markowitz (1952), complementado pelos ensinamentos de Tobin (1958) e Sharpe (1966).

As carteiras ótimas para ambas as amostras, no período analisado, são compostas prioritariamente por fundos de renda fixa (99%) frente à participação ínfima de renda variável, embora as restrições legais permitam até 30% de alocação em fundos de renda variável.

Uma possível explicação para tal concentração pode ser o baixo desvio padrão dos fundos de renda fixa em relação aos fundos de renda variável combinada com o baixo retorno dos fundos de renda variável no período analisado.

Este resultado corrobora o entendimento de Securato, Abe e Ziroulo (2000) sobre a forte influência exercida pela taxa de juros básica da economia no desempenho dos fundos de investimento, a qual potencializa a alocação em ativos de renda fixa que possuam em suas carteiras títulos com rentabilidade definida ou referenciada indiretamente pela taxa básica da economia.

Considerando a conjuntura econômica durante os períodos analisados, caracterizada pelas turbulências no mercado de capitais brasileiro, sugere-se que o estudo para o rebalanceamento da carteira ótima ocorra com periodicidade menor do que se daria caso a conjuntura econômica fosse de maior estabilidade.

Outra importante constatação é a de que a norma reguladora seguiu racional diferente daquele considerado pelo modelo de média variância. O legislador pode ter tido motivos diferentes daqueles considerados na construção do modelo de média variância, que visem à segurança dos participantes do RPPS.

Tal constatação é assentada nos resultados obtidos, os quais indicam carteiras ótimas, em ambas as amostras, com Índices de Sharpe (IS) inferiores daquele obtido pelo fundo com melhor desempenho individual nesse critério.

O melhor fundo tem IS de 2,022528, a carteira ótima para a amostra de 23 fundos tem IS de 1,127523 e a carteira ótima para a amostra de 24 fundos tem IS de 1,195625. Esses resultados espelham os impactos desfavoráveis das restrições legais na otimização das carteiras analisadas.

Visando quantificar a perda imposta pelas restrições legais, recalculou-se a carteira ótima para cada uma das amostras sem os limites restritivos, porém, mantendo-se a restrição quanto à alavancagem.

Em tal cenário, o IS de ambas as amostras, como era esperado, superou o Índice de Sharpe do fundo melhor ranqueado por tal critério. A amostra de 23 fundos produziu uma carteira ótima com IS de 2,043231 e amostra de 24 fundos foi capaz de produzir uma carteira com IS de 2,045887.

O relaxamento das restrições poderia ser benéfico em termos da relação média variância, corroborando o entendimento de Bertucci, Souza e Félix (2004) que, sobre esse aspecto, concluiu que as regras impostas aos fundos de pensão são mais favoráveis do que as aplicadas aos RPPS na obtenção da melhor relação de risco e retorno.

Também se verificou no período analisado que as carteiras ótimas obtidas com o estudo, não teriam conseguido atingir a meta atuarial do INPC ou IPCA + 6% a.a. A meta atuarial teria exigido um retorno acumulado em torno de 30%.

A carteira ótima com 23 ativos teria um retorno de 21,61% equivalente a 71% da meta atuarial para ambos os indicadores. A carteira ótima com 24 ativos, por sua vez, teria um retorno de 21,80% que atingiria a 72% das variações dos indicadores considerados no período.

Desconsiderando as restrições legais cumulativas, mas mantendo a restrição de alavancagem, também não seria alcançada a meta atuarial. A carteira ótima sem restrições legais com 23 fundos teria um retorno de 22,56%, que lhe possibilitaria alcançar 74,55% e 74,36% no período de abrangência do estudo, enquanto a carteira

ótima com 24 fundos apresentaria 22,59% de retorno, atingindo os percentuais de 74,65% e 74,46% relativos às variações do INPC+6% a.a. e IPCA+6% a.a. do período.

A meta atuarial seria atingida flexibilizando a restrição da alavancagem, o que manteria o IS da carteira do RPPS igual ao IS da carteira ótima obtida, permanecendo a primeira sobre a fronteira geral de investimento.

Em não sendo possível a alavancagem, a meta atuarial teria sido atingida com um conjunto de ativos menos eficiente do que a carteira ótima, ou seja, não situado na fronteira geral, porém situado sobre a fronteira eficiente dos fundos, com prejuízo ao IS que declinaria para 0,298499, considerando-se apenas a amostra com 24 fundos.

Por sua vez, a amostra com 23 fundos não teria sido capaz de atingir a meta atuarial no período analisado para quaisquer dos cenários considerados. Tal fato é decorrência de que o fundo vetado por orientação técnica do órgão fiscalizador para receber aplicações de recursos, o qual integra somente a amostra de 24 fundos, ser o único a atingir e suplantar individualmente a meta atuarial.

As limitações do trabalho são: estudar um único período de tempo e restringir-se à análise dos fundos da CAIXA. Futuros estudos poderiam contemplar a análise de carteiras formadas por outros administradores de fundos destinados a RPPS.

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, N. S.; SILVA, R. F.; RIBEIRO, K. C. S. Aplicação do modelo de Markowitz na seleção de carteiras eficientes: uma análise de cenários no mercado de capitais brasileiro. In: Seminários de Administração, 13, 2010, São Paulo. **Anais...** São Paulo: Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade - USP, 2010

AMARAL, T.R.S. **Análise de performance de fundos de investimento em previdência**. 2013. 166 f. Dissertação de Mestrado, (Mestrado em Administração) - Universidade de São Paulo – USP, São Paulo/SP, 2013.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DAS ENTIDADES DOS MERCADOS FINANCEIRO E DE CAPITAIS (Anbima). **Boletim de Fundos de Investimento nº 106, Fevereiro de 2015**. Disponível em < [http://www.portal.anbima.com.br/informacoes-tecnicas/boletins-fundos-de-investimento/Documents/BoletimFI\\_201502.pdf](http://www.portal.anbima.com.br/informacoes-tecnicas/boletins-fundos-de-investimento/Documents/BoletimFI_201502.pdf) >. Acesso em 02 mar 2015.

\_\_\_\_\_. **Global de administração de recursos de terceiros/ranking global** Disponível em: < <http://portal.anbima.com.br/informacoes-tecnicas/rankings/fundos-de-investimento/adm-rec-terc/Pages/adm-rec-terc.aspx> >. Acesso em: 30 ago. 2015.

ASSAF NETO, A. **Mercado financeiro**. 12. ed. São Paulo: Atlas, 2014.

BAIMA, F. R. **Análise de desempenho dos investimentos dos fundos de pensão no Brasil**. 1998. 100 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC, Florianópolis/SC, 1998.

BERTUCCI, L. A.; SOUZA, F. H. R.; FÉLIX, L. F. Regimes próprios de previdência e entidades fechadas de previdência complementar: o caso do Fundo de Previdência do Estado de Minas Gerais. **Revista de Economia e Gestão**, Belo Horizonte/MG v. 4, n. 7, p. 35-54, 2004.

\_\_\_\_\_;\_\_\_\_\_;\_\_\_\_\_. Gerenciamento de risco de fundos de pensão no Brasil: alocação estratégica ou simples foco na meta atuarial? **Revista Economia e Gestão**, Belo Horizonte/MG, v. 6, n. p. 1-17, 2006.

BOGONI, N. M.; FERNANDES, F. C. Gestão de risco nas atividades de investimento dos regimes próprios de previdência social (RPPS) dos municípios do estado do Rio Grande do Sul. **Revista Eletrônica de Administração da UFRGS**, Porto Alegre/RGS, v.17, n. 1, pp. 117-148, 2011.

BRASIL. Conselho Monetário Nacional. **Resolução CMN 3.922 de 25 Novembro de 2010**. Dispõe sobre as aplicações dos recursos dos regimes próprios de previdência social instituídos pela União, Estados, Distrito Federal e Municípios. Disponível em: < <http://www.bcb.gov.br/pt-br/search/> >. Acesso em: 18 set. 2014.

\_\_\_\_\_. Conselho Monetário Nacional. **Resolução CMN 4.392 de 19 de dezembro de 2014**. Dispõe sobre as aplicações dos recursos dos regimes próprios de previdência social instituídos pela União, Estados, Distrito Federal e Municípios. Disponível em: < <http://www.bcb.gov.br/pt-br/search/> >. Acesso em: 02 fev. 2015.

\_\_\_\_\_. Ministério da Previdência Social, **Anuário estatístico da previdência social**. Brasília: Empresa de tecnologia e informações da previdência social, 2013.

\_\_\_\_\_. Ministério da Previdência Social. **Nota Técnica 07/2014 GACI/DRPSP/MPS, Brasília/DF, 01 set. 2014**. Disponível em: < <http://www.previdencia.gov.br/regimes-proprios/legislacao-dos-rpps/notas-tecnicas-rpps/> >. Acesso em: 30 out. 2015.

BRUNI, A. L. **Risco, retorno e equilíbrio**: uma análise do modelo de precificação de ativos financeiros na avaliação de ações negociadas na Bovespa (1988-1996). 1998. 163 f. Dissertação de Mestrado, (Mestrado em Administração) – Universidade de São Paulo/SP, 1998.

\_\_\_\_\_. FAMÁ, R. Moderna Teoria de Portfólios: é possível captar, na prática, os benefícios decorrentes de sua utilização? **Resenha BM&F**, São Paulo/SP, n. 128, p. 19-34, 1998.

CASACCIA, M. C. et al. Análise do desempenho de fundos de investimentos: um estudo em ações brasileiras no período de janeiro de 2004 a agosto de 2009. **Revista Organizações em Contexto**, São Bernardo do Campo/SP, v. 7, n. 13, p. 1-30, 2011.

COMISSÃO DE VALORES MOBILIÁRIOS (CVM). **O mercado de valores mobiliários brasileiro**. 3. ed. Rio de Janeiro: CVM, 2014.

\_\_\_\_\_. **Fundos de investimento, consulta consolidada de fundo, Informações diárias**. Disponível em: < <http://sistemas.cvm.gov.br/> >. Acesso em: 30 set. 2015.

EID JUNIOR, W.; TADDEO, M. M.; ROCHMAN, R. R. Medidas de desempenho de fundos considerando risco de estimação. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE FINANÇAS, v 5, 2005. São Paulo. **Anais eletrônicos....** São Paulo: Encontro Brasileiro de Finanças. Disponível em: < [http://cef.fgv.br/sites/cef.fgv.br/files/INVEST\\_014.pdf](http://cef.fgv.br/sites/cef.fgv.br/files/INVEST_014.pdf) >. Acesso em: 22 maio 2015.

ELTON, E.; GRUBER, M. J.; BROWN, S. J.; GOETZMANN, W. N. **Moderna teoria de carteiras e análise de investimentos**. São Paulo: Atlas, 2004.

FERREIRA, A. H. B. et al. A alocação de recursos dos regimes próprios de previdência social tem sido eficiente? **Revista Economia e Gestão**, Belo Horizonte – v. 10, n. 24, p. 48-73, 2010.

FILGUEIRA, A. (Org.). A indústria de fundos de investimento brasileira e seu papel no desenvolvimento do mercado de capitais. **Textos para Discussão 3**. Rio de Janeiro, nov. 2014.

FLEURIET, M. **A arte e a ciência das finanças**: uma introdução ao mercado financeiro. Rio de Janeiro: Elsevier, 2004.

FONSECA, N. F. et al. Análise do desempenho recente de fundos de investimento no Brasil. **Contabilidade Vista e Revista**, Belo Horizonte/MG, v. 18, n. 1, p. 95-116, 2007.

GIL, A.C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. Ed, São Paulo: Atlas, 2008.

HIEDA, A.; ODA, A. L. Um estudo sobre a utilização de dados históricos no modelo de Markowitz aplicado a Bolsa de Valores de São Paulo. In: Seminários de Administração, v3, 1998, São Paulo. **Anais ...** São Paulo: Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade - USP, 1998.

LIMA; A. C. Desempenho dos fundos de investimento do tipo previdência privada e sua sensibilidade à variação da taxa de juros. **Revista de Administração Mackenzie**, São Paulo/SP, v. 7, n. 2, p. 61-77, 2006.

LOPES, A. L. M.; CARNEIRO, M. L.; SCHNEIDER, A. B. Markowitz na otimização de carteiras selecionadas por Data Envelopment Analysis – DEA. **Gestão e Sociedade**, Belo Horizonte, v. 4, n. 9, p. 640-656, 2010.

MARKOWITZ, H. Portfolio Selection. **Journal of Finance**, [S.l.], n.1 v.7, p. 77-91, 1952.

RESENDE NETO, A.L. **Uma proposta de construção de indicador de performance de fundos de investimentos**. 2006. 86 f. Dissertação (Mestrado em Economia) - Universidade de Brasília – UNB, Brasília/DF, 2006.

ROSS, S. A.; WESTERFIELD, R. W.; JAFFE, JEFFREY F. **Administração Financeira**. São Paulo: Atlas, 1995.

ROTELA JUNIOR, P.; PAMPLONA, E. O.; SALOMON, F. L. R. Otimização de portfólios: análise de eficiência. **Revista de Administração de Empresas**, São Paulo/SP, v. 54, n. 4, p. 405-413, 2014.

RUBESAM, A.; BELTRAME, A. L. Carteiras de variância mínima no Brasil. **Revista Brasileira de Finanças**, São Paulo/SP, v. 11, n. 1, p. 81-118, 2013.

SANTOS, A. A. P.; TESSARI, C. Técnicas quantitativas de otimização de carteiras aplicadas ao mercado de ações brasileiro. **Revista Brasileira de Finanças**, São Paulo/SP, v. 10, n. 3, p. 369-393, 2012.

SECURATO, J.R. et. Al. Avaliação de desempenho de fundos de investimentos: o guia de fundos de renda fixa da FIA-FEA/USP. In: Seminários de Administração, v. IV **Anais...** São Paulo: Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade - USP, out, 1999.

\_\_\_\_\_. ABE, E R.; ZIROULO, V. M. **Avaliação dos componentes de risco dos fundos de renda fixa**. In: ENCONTRO NACIONAL DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ADMINISTRAÇÃO, v. 24, 2000.

SECURATO, J.R.; **Decisões financeiras em condições de risco**. 2. ed. São Paulo: Saint Paul, 2007.

SEVERINO, A. J. **Metodologia do trabalho científico**. 23. ed. São Paulo: Cortez, 2007.

SHARPE, W. F. Mutual Fund Performance. **The Journal of Business**. [S.l.], v. 39, n.1, p. 119-138, Jan. 1966.

SILVA, E.L; MENEZES, E.M. **Metodologia da pesquisa e elaboração da dissertação**. 3. ed. Florianópolis: Laboratório de Ensino a Distância da UFSC, 2001.

SILVEIRA, H.P.; FAMÁ, R.; BARROS, L.A.B.C. **Conceito de Taxa Livre de Risco e sua aplicação no Capital Asset Pricing Model**: um estudo exploratório para o mercado brasileiro. II ENCONTRO BRASILEIRO DE FINANÇAS, 2010.

TOBIN, J. Liquidity preference as behavior towards risk. **Review of Economics Studies**. [S.l.], v. 26, n. 1, p. 65-66, Feb. 1958.

THOME, C.; LEAL, RICARDO P. C.; ALMEIDA, V. S. Um índice de mínima variância de ações brasileiras. **Economia Aplicada**, Ribeirão Preto/SP, v. 15, n. 4, p. 535 - 557, 2011.

VARGA, G. Índice de Sharpe e outros indicadores de performance aplicados a fundos de ações brasileiros. **Revista de Administração Contemporânea**, Curitiba/PR, v. 5, n. 3, p. 215-245, set./dez., 2001.

VILELLA, P. A.; LEAL, R. P. C. O desempenho de fundos de renda fixa e o índice de renda de mercado (IRF-M). **RAE-eletrônica**, São Paulo/SP, v. 7, n. 1, jan./jun., 2008.

ZANINI, F. A. M.; FIGUEIREDO, A. C. As teorias de carteira de Markowitz e de Sharpe: uma aplicação no mercado brasileiro de ações entre julho/95 e junho/2000. **Revista de Administração Mackenzie**, São Paulo/SP, v. 6, n. 2, p. 37-64, 2005.

## APÊNDICE A - RELAÇÃO DE FUNDOS INFORMADOS PELO ADMINISTRADOR PARA APLICAÇÃO DOS RPPS

FUNDO	CNPJ
CAIXA BRASIL TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA LP	05.164.356/0001-84
CAIXA RS TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA LP	05.164.364/0001-20
CAIXA ALIANÇA TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA	05.164.358/0001-73
CAIXA BRASIL FI REFERENCIADO DI LP	03.737.206/0001-97
CAIXA BRASIL DISPONIBILIDADES FI RENDA FIXA	14.508.643/0001-55
CAIXA BRASIL 2018 I TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA	18.598.256/0001-08
CAIXA BRASIL 2020 I TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA	18.598.154/0001-92
CAIXA BRASIL 2022 I TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA	18.598.117/0001-84
CAIXA BRASIL 2024 II TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA	18.598.088/0001-50
CAIXA BRASIL 2030 I TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA	18.598.042/0001-31
CAIXA NOVO BRASIL IMA-B FIC RENDA FIXA LP	10.646.895/0001-90
CAIXA BRASIL IMA-B TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA LP	10.740.658/0001-93
CAIXA BRASIL IMA-GERAL TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA LP	11.061.217/0001-28
CAIXA BRASIL IMA-B 5 TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA LP	11.060.913/0001-10
CAIXA BRASIL IRF-M 1 TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA	10.740.670/0001-06
CAIXA BRASIL IMA-B 5+ TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA LP	10.577.503/0001-88
CAIXA BRASIL IRF-M 1+ TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA LP	10.577.519/0001-90
CAIXA BRASIL IDKA IPCA 2A TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA LP	14.386.926/0001-71
CAIXA BRASIL IRF-M TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA LP	14.508.605/0001-00
CAIXA BRASIL 2024 I TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA	18.598.288/0001-03
CAIXA BRASIL 2020 II TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA	19.769.171/0001-08
CAIXA BRASIL 2024 III TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA	19.769.135/0001-44
CAIXA BRASIL 2030 II TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA	19.769.046/0001-06
CAIXA BRASIL 2024 IV TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA	20.139.595/0001-78
CAIXA BRASIL 2030 III TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA	20.139.534/0001-00
CAIXA BRASIL 2024 V TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA	19.768.682/0001-05
CAIXA BRASIL 2018 II TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA	19.768.733/0001-07
CAIXA BRASIL 2018 III TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA	20.136.762/0001-27
CAIXA BRASIL 2020 III TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA	20.139.342/0001-02
CAIXA BRASIL 2016 I TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA	20.139.299/0001-77
CAIXA BRASIL 2016 II TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA	21.918.988/0001-42
CAIXA BRASIL 2016 III TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA	21.919.240/0001-64
CAIXA BRASIL 2018 IV TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA	21.918.953/0001-03
CAIXA BRASIL IPCA I FI RENDA FIXA CRÉDITO PRIVADO	12.321.753/0001-88
CAIXA BRASIL IPCA II FI RENDA FIXA CRÉDITO PRIVADO	12.321.768/0001-46
CAIXA BRASIL IPCA III FI RENDA FIXA CRÉDITO PRIVADO	12.321.795/0001-19
CAIXA BRASIL IPCA IV FI RENDA FIXA CRÉDITO PRIVADO	12.321.859/0001-81
CAIXA BRASIL IPCA V FI RENDA FIXA CRÉDITO PRIVADO	12.321.788/0001-17
CAIXA BRASIL IPCA VI FI RENDA FIXA CRÉDITO PRIVADO	12.321.787/0001-72
CAIXA BRASIL IPCA VII FI RENDA FIXA CRÉDITO PRIVADO	12.321.777/0001-37
CAIXA BRASIL IPCA VIII FI RENDA FIXA CRÉDITO PRIVADO	12.321.820/0001-64

CAIXA BRASIL IPCA IX FI RENDA FIXA CRÉDITO PRIVADO	12.321.826/0001-31
CAIXA BRASIL IPCA X FI RENDA FIXA CRÉDITO PRIVADO	12.321.730/0001-73
CAIXA BRASIL IPCA XI FI RENDA FIXA CRÉDITO PRIVADO	12.321.681/0001-79
CAIXA BRASIL IPCA XII FI RENDA FIXA CRÉDITO PRIVADO	12.321.708/0001-23
CAIXA BRASIL IPCA XIII FI RENDA FIXA CRÉDITO PRIVADO	13.058.824/0001-64
CAIXA BRASIL IPCA XIV FI RENDA FIXA CRÉDITO PRIVADO	13.058.820/0001-86
CAIXA BRASIL IPCA XV FI RENDA FIXA CRÉDITO PRIVADO	13.058.879/0001-74
CAIXA BRASIL IPCA XVI FI RENDA FIXA CRÉDITO PRIVADO	21.918.896/0001-62
FIDC - CASAN SANEAMENTO	19.542.287/0001-00
CAIXA BRASIL IPCA I FI MULTIMERCADO CRÉDITO PRIVADO	14.120.027/0001-22
CAIXA BRASIL IPCA II FI MULTIMERCADO CRÉDITO PRIVADO	14.120.090/0001-69
CAIXA BRASIL IPCA III FI MULTIMERCADO CRÉDITO PRIVADO	14.120.148/0001-74
CAIXA BRASIL IPCA IV FI MULTIMERCADO CRÉDITO PRIVADO	14.120.213/0001-61
CAIXA BRASIL IPCA V FI MULTIMERCADO CRÉDITO PRIVADO	14.120.277/0001-62
CAIXA BRASIL IPCA VI FI MULTIMERCADO CRÉDITO PRIVADO	14.120.341/0001-05
CAIXA BRASIL IPCA VII FI MULTIMERCADO CRÉDITO PRIVADO	14.120.236/0001-76
CAIXA BRASIL IPCA VIII FI MULTIMERCADO CRÉDITO PRIVADO	14.120.452/0001-11
CAIXA BRASIL IBOVESPA FI AÇÕES	13.058.816/0001-18
CAIXA BRASIL IBX 50 FI AÇÕES	03.737.217/0001-77
CAIXA IBOVESPA FI AÇÕES	01.525.057/0001-77
CAIXA BRASIL ETF IBOVESPA FI AÇÕES	15.154.236/0001-50
CAIXA CONSTRUÇÃO CIVIL FI AÇÕES	10.551.375/0001-01
CAIXA INFRAESTRUTURA FI AÇÕES	10.551.382/0001-03
CAIXA VALOR DIVIDENDOS RPPS FIC AÇÕES	15.154.441/0001-15
CAIXA VALOR SMALL CAP RPPS FIC AÇÕES	14.507.699/0001-95
CAIXA PETROBRAS FI AÇÕES	039.146.710/001-56
CAIXA VALE DO RIO DOCE FI AÇÕES	04.885.820/0001-69
CAIXA SUSTENTABILIDADE EMPRESARIAL ISE FI AÇÕES	08.070.838/0001-63
CAIXA DIVIDENDOS FI AÇÕES	05.900.798/0001-41
CAIXA INSTITUCIONAL BDR NÍVEL I FI AÇÕES	17.502.937/0001-68
CAIXA CONSUMO FI AÇÕES	10.577.512/0001-79
CAIXA PETROBRAS PRÉ-SAL FI AÇÕES	11.060.594/0001-42
FIP INCORPORAÇÃO IMOBILIÁRIA	13.767.159/0001-88
FIP CAIXA CYRELA	16.676.620/0001-85
FII DOMO	17.374.696/0001-19
CAIXA RIO BRAVO FUNDO DE FII	17.098.794/0001-70

## APÊNDICE B - MATRIZ DE VARIÂNCIA/COVARIÂNCIA COM 24 FUNDOS

MATRIZ DE VARIÂNCIA/COVARIÂNCIA - FUNDOS 01 A 06							
	Risk Free	Fundo 1	Fundo 2	Fundo 3	Fundo 4	Fundo 5	Fundo 6
Risk Free	<b>0,0000%</b>	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%
Fundo 1	0,0000%	<b>0,0000%</b>	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%
Fundo 2	0,0000%	0,0000%	<b>0,0000%</b>	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0001%
Fundo 3	0,0000%	0,0000%	0,0000%	<b>0,0000%</b>	0,0000%	0,0000%	0,0001%
Fundo 4	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	<b>0,0000%</b>	0,0000%	0,0000%
Fundo 5	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	<b>0,0000%</b>	0,0000%
Fundo 6	0,0000%	0,0000%	0,0001%	0,0001%	0,0000%	0,0000%	<b>0,0119%</b>
Fundo 7	0,0000%	0,0000%	0,0001%	0,0001%	0,0000%	0,0000%	0,0127%
Fundo 8	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0062%
Fundo 9	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0001%	0,0000%	0,0000%	0,0033%
Fundo 10	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0003%
Fundo 11	0,0000%	0,0001%	0,0001%	0,0001%	0,0000%	0,0000%	0,0182%
Fundo 12	0,0000%	0,0000%	0,0001%	0,0001%	0,0000%	0,0000%	0,0058%
Fundo 13	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0029%
Fundo 14	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0039%
Fundo 15	0,0000%	-0,0001%	0,0000%	-0,0001%	0,0000%	0,0000%	0,0155%
Fundo 16	0,0000%	-0,0001%	-0,0001%	-0,0001%	-0,0001%	-0,0001%	0,0138%
Fundo 17	0,0000%	-0,0001%	-0,0001%	-0,0001%	-0,0001%	-0,0001%	0,0163%
Fundo 18	0,0000%	-0,0001%	-0,0001%	-0,0001%	-0,0001%	-0,0001%	0,0163%
Fundo 19	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0096%
Fundo 20	0,0000%	-0,0002%	0,0000%	-0,0001%	0,0000%	0,0000%	0,0323%
Fundo 21	0,0000%	-0,0001%	-0,0001%	-0,0001%	-0,0001%	-0,0001%	0,0083%
Fundo 22	0,0000%	-0,0001%	-0,0001%	-0,0001%	-0,0001%	0,0000%	0,0085%
Fundo 23	0,0000%	-0,0002%	0,0000%	-0,0001%	0,0000%	0,0000%	0,0331%
Fundo 24	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	-0,0096%

MATRIZ DE VARIÂNCIA/COVARIÂNCIA - FUNDOS 1-24 x Fundos 07-13							
	Fundo 7	Fundo 8	Fundo 9	Fundo 10	Fundo 11	Fundo 12	Fundo 13
Risk Free	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%
Fundo 1	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0001%	0,0000%	0,0000%
Fundo 2	0,0001%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0001%	0,0001%	0,0000%
Fundo 3	0,0001%	0,0000%	0,0001%	0,0000%	0,0001%	0,0001%	0,0000%
Fundo 4	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%
Fundo 5	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%
Fundo 6	0,0127%	0,0062%	0,0033%	0,0003%	0,0182%	0,0058%	0,0029%
Fundo 7	<b>0,0136%</b>	0,0066%	0,0037%	0,0004%	0,0195%	0,0063%	0,0032%
Fundo 8	0,0066%	<b>0,0033%</b>	0,0019%	0,0002%	0,0095%	0,0033%	0,0017%
Fundo 9	0,0037%	0,0019%	<b>0,0016%</b>	0,0002%	0,0050%	0,0019%	0,0015%
Fundo 10	0,0004%	0,0002%	0,0002%	<b>0,0000%</b>	0,0005%	0,0003%	0,0002%
Fundo 11	0,0195%	0,0095%	0,0050%	0,0005%	<b>0,0281%</b>	0,0089%	0,0043%
Fundo 12	0,0063%	0,0033%	0,0019%	0,0003%	0,0089%	<b>0,0038%</b>	0,0018%
Fundo 13	0,0032%	0,0017%	0,0015%	0,0002%	0,0043%	0,0018%	<b>0,0014%</b>
Fundo 14	0,0042%	0,0022%	0,0013%	0,0002%	0,0060%	0,0025%	0,0012%
Fundo 15	0,0163%	0,0078%	0,0031%	0,0002%	0,0242%	0,0070%	0,0027%
Fundo 16	0,0144%	0,0067%	0,0023%	0,0000%	0,0216%	0,0054%	0,0019%
Fundo 17	0,0172%	0,0081%	0,0032%	0,0001%	0,0254%	0,0068%	0,0027%
Fundo 18	0,0173%	0,0081%	0,0032%	0,0001%	0,0255%	0,0071%	0,0027%
Fundo 19	0,0100%	0,0048%	0,0020%	0,0001%	0,0148%	0,0041%	0,0018%
Fundo 20	0,0336%	0,0159%	0,0057%	0,0005%	0,0504%	0,0137%	0,0045%
Fundo 21	0,0087%	0,0039%	0,0012%	0,0000%	0,0130%	0,0029%	0,0009%
Fundo 22	0,0087%	0,0039%	0,0009%	-0,0001%	0,0131%	0,0030%	0,0008%
Fundo 23	0,0345%	0,0165%	0,0067%	0,0005%	0,0514%	0,0145%	0,0058%
Fundo 24	-0,0102%	-0,0053%	-0,0026%	-0,0003%	-0,0146%	-0,0058%	-0,0020%

Continua

Continuação

MATRIZ DE VARIÂNCIA/COVARIÂNCIA - FUNDOS 1-24 x Fundos 14-19						
	Fundo 14	Fundo 15	Fundo 16	Fundo 17	Fundo 18	Fundo 19
Risk Free	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%
Fundo 1	0,0000%	-0,0001%	-0,0001%	-0,0001%	-0,0001%	0,0000%
Fundo 2	0,0000%	0,0000%	-0,0001%	-0,0001%	-0,0001%	0,0000%
Fundo 3	0,0000%	-0,0001%	-0,0001%	-0,0001%	-0,0001%	0,0000%
Fundo 4	0,0000%	0,0000%	-0,0001%	-0,0001%	-0,0001%	0,0000%
Fundo 5	0,0000%	0,0000%	-0,0001%	-0,0001%	-0,0001%	0,0000%
Fundo 6	0,0039%	0,0155%	0,0138%	0,0163%	0,0163%	0,0096%
Fundo 7	0,0042%	0,0163%	0,0144%	0,0172%	0,0173%	0,0100%
Fundo 8	0,0022%	0,0078%	0,0067%	0,0081%	0,0081%	0,0048%
Fundo 9	0,0013%	0,0031%	0,0023%	0,0032%	0,0032%	0,0020%
Fundo 10	0,0002%	0,0002%	0,0000%	0,0001%	0,0001%	0,0001%
Fundo 11	0,0060%	0,0242%	0,0216%	0,0254%	0,0255%	0,0148%
Fundo 12	0,0025%	0,0070%	0,0054%	0,0068%	0,0071%	0,0041%
Fundo 13	0,0012%	0,0027%	0,0019%	0,0027%	0,0027%	0,0018%
Fundo 14	<b>0,0017%</b>	0,0047%	0,0036%	0,0045%	0,0047%	0,0027%
Fundo 15	0,0047%	<b>0,0824%</b>	0,0743%	0,0823%	0,0818%	0,0431%
Fundo 16	0,0036%	0,0743%	<b>0,0772%</b>	0,0801%	0,0779%	0,0436%
Fundo 17	0,0045%	0,0823%	0,0801%	<b>0,0902%</b>	0,0874%	0,0454%
Fundo 18	0,0047%	0,0818%	0,0779%	0,0874%	<b>0,0893%</b>	0,0439%
Fundo 19	0,0027%	0,0431%	0,0436%	0,0454%	0,0439%	<b>0,0348%</b>
Fundo 20	0,0091%	0,1403%	0,1439%	0,1560%	0,1495%	0,0686%
Fundo 21	0,0019%	0,0568%	0,0580%	0,0623%	0,0591%	0,0339%
Fundo 22	0,0019%	0,0506%	0,0531%	0,0527%	0,0525%	0,0333%
Fundo 23	0,0096%	0,1378%	0,1381%	0,1506%	0,1440%	0,0696%
Fundo 24	-0,0039%	-0,0046%	-0,0035%	-0,0059%	-0,0054%	-0,0012%

MATRIZ DE VARIÂNCIA/COVARIÂNCIA - FUNDOS 1-24 x Fundos 20-24					
	Fundo 20	Fundo 21	Fundo 22	Fundo 23	Fundo 24
Risk Free	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%
Fundo 1	-0,0002%	-0,0001%	-0,0001%	-0,0002%	0,0000%
Fundo 2	0,0000%	-0,0001%	-0,0001%	0,0000%	0,0000%
Fundo 3	-0,0001%	-0,0001%	-0,0001%	-0,0001%	0,0000%
Fundo 4	0,0000%	-0,0001%	-0,0001%	0,0000%	0,0000%
Fundo 5	0,0000%	-0,0001%	0,0000%	0,0000%	0,0000%
Fundo 6	0,0323%	0,0083%	0,0085%	0,0331%	-0,0096%
Fundo 7	0,0336%	0,0087%	0,0087%	0,0345%	-0,0102%
Fundo 8	0,0159%	0,0039%	0,0039%	0,0165%	-0,0053%
Fundo 9	0,0057%	0,0012%	0,0009%	0,0067%	-0,0026%
Fundo 10	0,0005%	0,0000%	-0,0001%	0,0005%	-0,0003%
Fundo 11	0,0504%	0,0130%	0,0131%	0,0514%	-0,0146%
Fundo 12	0,0137%	0,0029%	0,0030%	0,0145%	-0,0058%
Fundo 13	0,0045%	0,0009%	0,0008%	0,0058%	-0,0020%
Fundo 14	0,0091%	0,0019%	0,0019%	0,0096%	-0,0039%
Fundo 15	0,1403%	0,0568%	0,0506%	0,1378%	-0,0046%
Fundo 16	0,1439%	0,0580%	0,0531%	0,1381%	-0,0035%
Fundo 17	0,1560%	0,0623%	0,0527%	0,1506%	-0,0059%
Fundo 18	0,1495%	0,0591%	0,0525%	0,1440%	-0,0054%
Fundo 19	0,0686%	0,0339%	0,0333%	0,0696%	-0,0012%
Fundo 20	<b>0,4286%</b>	0,0986%	0,0704%	0,4111%	-0,0187%
Fundo 21	0,0986%	<b>0,0500%</b>	0,0413%	0,0922%	0,0010%
Fundo 22	0,0704%	0,0413%	<b>0,0570%</b>	0,0680%	0,0001%
Fundo 23	0,4111%	0,0922%	0,0680%	<b>0,4125%</b>	-0,0172%
Fundo 24	-0,0187%	0,0010%	0,0001%	-0,0172%	<b>0,0521%</b>

Conclusão

## APÊNDICE C - DEFINIÇÃO DOS LIMITES RESTRITIVOS PARA APLICAÇÃO DO MODELO

Fundo	CNPJ do Fundo	PL do fundo em 01/07/2013 conf. CVM	Aplicação para representar até 25% do PL de cada FI - Art. 14	Limite Percentual sobre o total de Investimento do RPPS por fundo (Art. 13)	Limite sobre R\$ 85 Milhões, estimado com o valor médio para investimento dos RPPS em JUN/2013.	LIMITE PI/CLASSE DE FUNDOS SOBRE VALOR MÉDIO DE INVESTIMENTO POR RPPS EM % (Art. 07 e 8)	Limites de aplicação por Fundo (Art.13 X Art.14)	
CAIXA BRASIL TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA LP	05.164.356/0001-84	1.577.379.586,75	394.344.896,69	De 0,00% a 20%	17.000.000,00	De 0,00% a 30,00%	De 0,00% a 20,00%	
CAIXA RS TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA LP	05.164.364/0001-20	230.417.924,39	57.604.481,10	De 0,00% a 20%	17.000.000,00		De 0,00% a 20,00%	
CAIXA ALIANÇA TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA	05.164.358/0001-73	275.735.530,53	68.933.882,63	De 0,00% a 20%	17.000.000,00		De 0,00% a 20,00%	
CAIXA BRASIL FI REFERENCIADO DI LP	03.737.206/0001-97	1.557.645.850,64	389.411.462,66	De 0,00% a 20%	17.000.000,00		De 0,00% a 20,00%	
CAIXA BRASIL DISPONIBILIDADES FI RENDA FIXA	14.508.643/0001-55	37.533.138,73	9.383.284,68	De 0,00% a 20%	17.000.000,00		De 0,00% a 11,04%	
CAIXA NOVO BRASIL IMA-B FIC RENDA FIXA LP	10.646.895/0001-90	3.915.307.149,74	978.826.787,44	De 0,00% a 20%	17.000.000,00	De 0,00% a 80%	De 0,00% a 20,00%	
CAIXA BRASIL IMA-B TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA LP	10.740.658/0001-93	6.409.954.035,83	1.602.488.508,96	De 0,00% a 100%	85.000.000,00	De 0,00% a 100,00%	De 0,00% a 100,00%	
CAIXA BRASIL IMA-GERAL TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA LP	11.061.217/0001-28	2.165.699.342,66	541.424.835,67	De 0,00% a 100%	85.000.000,00		De 0,00% a 100,00%	
CAIXA BRASIL IMA-B 5 TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA LP	11.060.913/0001-10	1.867.915.903,77	466.978.975,94	De 0,00% a 100%	85.000.000,00		De 0,00% a 100,00%	
CAIXA BRASIL IRF-M 1 TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA	10.740.670/0001-06	3.676.076.878,37	919.019.219,59	De 0,00% a 100%	85.000.000,00		De 0,00% a 100,00%	
CAIXA BRASIL IMA-B 5+ TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA LP	10.577.503/0001-88	485.657.287,47	121.414.321,87	De 0,00% a 100%	85.000.000,00		De 0,00% a 100,00%	
CAIXA BRASIL IRF-M 1+ TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA LP	10.577.519/0001-90	108.616.708,89	27.154.177,22	De 0,00% a 100%	85.000.000,00		De 0,00% a 31,95%	
CAIXA BRASIL IDKA IPCA 2A TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA LP	14.386.926/0001-71	236.829.873,06	59.207.468,27	De 0,00% a 100%	85.000.000,00		De 0,00% a 69,66%	
CAIXA BRASIL IRF-M TÍTULOS PÚBLICOS FI RENDA FIXA LP	14.508.605/0001-00	156.102.753,96	39.025.688,49	De 0,00% a 100%	85.000.000,00		De 0,00% a 45,91%	
CAIXA BRASIL IBOVESPA FI AÇÕES	13.058.816/0001-18	141.764.022,62	35.441.005,66	De 0,00% a 20,00%	17.000.000,00		De 0,00% a 30,00%	De 0,00% a 20,00%
CAIXA BRASIL IBX 50 FI AÇÕES	03.737.217/0001-77	104.023.806,10	26.005.951,53	De 0,00% a 20,00%	17.000.000,00			De 0,00% a 20,00%
CAIXA IBOVESPA FI AÇÕES	01.525.057/0001-77	105.723.053,20	26.430.763,30	De 0,00% a 20,00%	17.000.000,00	De 0,00% a 20,00%		
CAIXA BRASIL ETF IBOVESPA FI AÇÕES	15.154.236/0001-50	33.920.372,52	8.480.093,13	De 0,00% a 20,00%	17.000.000,00	De 0,00% a 09,98%		
CAIXA VALOR DIVIDENDOS RPPS FIC AÇÕES	15.154.441/0001-15	295.839.677,39	73.959.919,35	De 0,00% a 15,00%	12.895.950,00	De 0,00% a 15,00%	De 0,00% a 15,00%	
CAIXA PETROBRAS FI AÇÕES	039.146.710/001-56	414.047.613,43	103.511.903,36	De 0,00% a 15,00%	12.895.950,00		De 0,00% a 15,00%	
CAIXA SUSTENTABILIDADE EMPRESARIAL ISE FI AÇÕES	08.070.838/0001-63	7.807.127,08	1.951.781,77	De 0,00% a 15,00%	12.895.950,00		De 0,00% a 02,30%	
CAIXA CONSUMO FI AÇÕES	10.577.512/0001-79	40.479.810,93	13.479.777,04	De 0,00% a 15,00%	12.895.950,00		De 0,00% a 11,91%	
CAIXA PETROBRAS PRÉ-SAL FI AÇÕES	11.060.594/0001-42	24.203.681,28	6.050.920,32	De 0,00% a 15,00%	12.895.950,00		De 0,00% a 07,12%	
CAIXA INSTITUCIONAL BDR NÍVEL I FI AÇÕES	17.502.937/0001-68	(**)		De 0,00% a 15,00%	12.895.950,00		De 0,00% a 15,00%	

(\*) CONSIDERA-SE SEMPRE O MENOR VALOR, ENTRE O LIMITE 0,25 DO PL E O LIMITE PERCENTUAL PARA CADA FUNDO, A SER APLICADO SOBRE O VALOR MÉDIO, CONSIDERADO COMO O TOTAL DAS DISPONIBILIDADES.

A OBSERVÂNCIA DO LIMITE É FACULTATIVA NOS 120 (CENTO E VINTE) DIAS SUBSEQUENTES À DATA DE INÍCIO DAS ATIVIDADES DO FUNDO. §1º DO ART. 14 FUNDO INICIOU ATIVIDADE EM 24/06/13.